UNIVERSIDAD DEL BÍO – BÍO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

ANÁLISIS DE DINÁMICA DE FLUIDOS EN UN PERFIL AERODINÁMICO

Seminario de Titulación presentado en conformidad a los requisitos para obtener el título de Ingeniero de Ejecución en Mecánica.

Profesor Guía: **Carlos Salinas Lira, Dr. Sc.**

Cristian Alfredo Oyarzún Suárez

CONCEPCIÓN – CHILE
2005

RESUMEN

Se estudia el comportamiento de las fuerzas que actúan en un perfil aerodinámico para ángulos de ataque en un rango de 0º a 90º.
Para diferentes ángulos de ataque, se analizan las frecuencias de las componentes armónicas de la vibración inducidas por el desprendimiento de vórtices el cual puede ser importante en el diseño de maquinaria, en particular, para evitar el fenómeno de resonancia.
Resultados de una sección NACA 0021 en un número de Reynolds de $2.7x10^5$ son mostrados.
La metodología considera la simulación numérica del fenómeno transiente de naturaleza periódica utilizando el software Fluent 6.0 y validados mediante resultados experimentales.

INTRODUCCIÓN

Las secciones aerodinámicas son parte fundamental en máquinas relacionadas con la transformación de energía, principalmente en el área aeronáutica y aeroespacial.

Dado el amplio campo de aplicación, constantemente se realizan esfuerzos para mejorar y predecir el comportamiento del flujo sobre perfiles de ala en diversas condiciones. En general, las investigaciones son de carácter experimental, lo que lleva consigo un alto costo vinculado con los equipos y con el tiempo empleado en las pruebas.

Con el desarrollo del cálculo computacional de dinámica de fluidos, CFD, se ha complementado fuertemente este campo de investigación e incluso se han observado fenómenos imposibles de visualizar experimentalmente.

Sin embargo no existe mucha información relacionada con el comportamiento del flujo en perfiles aerodinámicos para grandes ángulos de ataque que considere las fuerzas fluctuantes que producen alta inestabilidad.

Análisis basados en métodos experimentales, como el reciente artículo publicado por K. Swalwell, *Frecuency analisis of surface pressures on an airfoil after stall* (2003), es una muestra de lo interesante y a la vez complejo fenómeno físico planteado.

El objetivo del presente estudio es simular numéricamente las pruebas experimentales realizadas por Swalwell en una sección NACA 0021 a través del software Fluent 6.0. A la vez se desea visualizar las características del flujo imposibles de apreciar en una prueba experimental. Es prioridad también, registrar la frecuencia de desprendimiento de vórtices vinculada con la separación producida por la inversión del flujo en la capa límite.

El desprendimiento de vórtices se traduce directamente en un comportamiento periódico de las fuerzas de sustentación y arrastre sobre la sección de ala. Si la frecuencia de desprendimiento de vórtices coincide con la frecuencia natural del objeto se originarán desplazamientos periódicos de gran amplitud producto de la resonancia.

Por lo tanto existe la necesidad de conocer la relación entre el ángulo de ataque y la frecuencia de desprendimiento de vórtices para un perfil dado en condiciones de flujo prefijadas con el propósito de predecir posibles condiciones críticas de funcionamiento en maquinarias.

La simulación numérica de situaciones de flujo complejas depende en un alto grado de la definición de la malla en la vecindad del perfil, de las condiciones de borde especialmente en la región donde se desea calcular con cierta precisión la capa límite, y del comportamiento del modelo elegido.

Se realizaron también simulaciones en pequeños ángulos de ataque y se registró el espectro de la vibración. Aunque en pequeños ángulos de ataque sólo se visualizan componentes de baja frecuencia las cuales son del orden de las frecuencias naturales de tipo torsional.

El fenómeno y las consideraciones numéricas subsecuentes se vuelven cada vez más complejas a medida que aumenta el ángulo de ataque, acompañado además de un largo tiempo de procesamiento y problemas de estabilidad numérica.

Puesto que se desea analizar la evolución de las fuerzas en el tiempo, se emplea una formulación temporal de segundo orden. Además se concentra un gran número de celdas en la cercanía de las fronteras del perfil para una correcta predicción de la capa límite.

Finalmente, resultados de los coeficientes de sustentación y arrastre son mostrados y comparados con los datos experimentales disponibles. La modelación representó bastante bien el comportamiento de estos coeficientes, pero la magnitud de los resultados no se acerca con gran exactitud a los datos experimentales.

CONTENIDOS

1. Caracterización de perfiles aerodinámicos.

1.1. Perfiles aerodinámicos. 9
1.2. Designación de perfiles NACA. 9
1.3. Sustentación y Arrastre. 12
1.4. Coeficientes de sustentación y arrastre. 13

2. Separación de capa límite y desprendimiento de vórtices.

2.1. Definición del problema. 17
2.2. Análisis para pequeños ángulos de ataque. 17
2.3. Análisis de la zona de transición. 18
2.4. Análisis para grandes ángulos de ataque. 19

3. Simulación Numérica.

3.1. Simulación Numérica. 25
3.2. Estrategia de solución. 25
3.3. Detalles sobre discretización. 25

4. Simulación en pequeños ángulos de ataque.

4.1. Modelo matemático. 31
4.2. Condiciones iniciales 31
4.3. Condiciones de contorno 31
4.4. Discretización 32
4.5. Factores de relajación. 33
4.6. Criterio de convergencia. 33
4.7. Parámetros de iteración 34
4.8. Resultados. 34

5. Simulación en grandes ángulos de ataque.

5.1. Modelo matemático. 42
5.2. Condiciones iniciales 44
5.3. Condiciones de contorno 44
5.4. Discretización 47
5.5. Factores de relajación. 48
5.6. Criterio de convergencia. 48
5.7. Parámetros de iteración 48
5.8. Resultados. 49

6. Análisis del contenido de frecuencia.

6.1. Análisis espectral. 62
6.2. Series de Fourier. 62
6.3. Transformada de Fourier. 63
6.4. Energía espectral y densidad espectral de energía. 63
6.5. Procesamiento e la señal. 64
6.6. Resultados. 65

7. Conclusiones.

8. Bibliografía.

9. Anexo.

CARACTERIZACIÓN DE PERFILES AERODINÁMICOS

1.1. PERFILES AERODINÁMICOS.

Los perfiles de ala, desarrollados para aprovechar de manera óptima la energía del flujo, han sido diseñados mediante métodos tanto teóricos como experimentales. Son ampliamente utilizados en las más diversas ramas de la ingeniería y en especial en el campo aeroespacial, propulsores y maquinaria para la transformación de energía.
Las secciones aerodinámicas más utilizadas, conocidas como perfiles NACA, son el resultado de las investigaciones realizadas por la National Advisory Committee for Aeronautics.

1.2. DESIGNACIÓN DE PERFILES NACA.

Método de combinación de la línea media y distribución del espesor.

La investigación de perfiles NACA fue sistematizada separando los efectos de curvatura de la línea media y la distribución del espesor. En general una sección de ala se puede obtener combinando la línea media a la distribución de espesor como se ilustra en la *figura 1.1*.

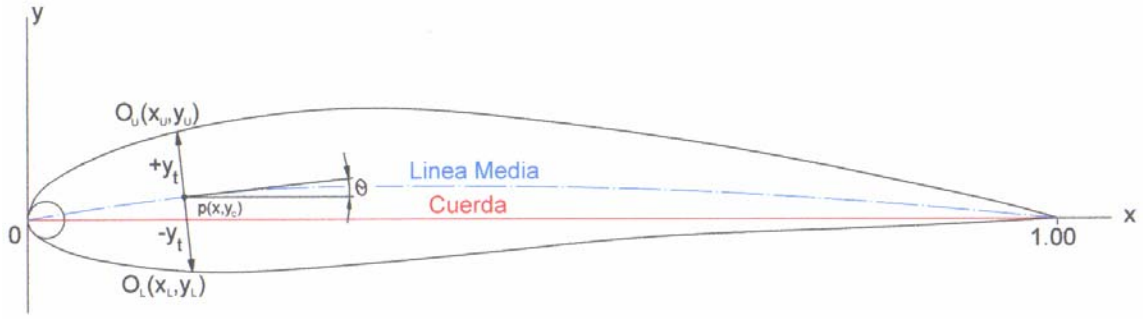


Figura 1.1. Método de combinación de la línea media y distribución de espesor.

Los *bordes de ataque y de salida* se definen como los extremos delantero y posterior, respectivamente, de la línea media. La *cuerda* se define como la línea recta que conecta estos extremos.
La ordenada de una sección con combadura se obtiene proyectando la distribución de espesor perpendicular a la línea media. Las abcisas, ordenadas, y pendientes de la línea media se designan como x_c, y_c, y $\tan\theta$, respectivamente.
Si x_U y y_U representan las coordenadas de un punto cualquiera de la superficie superior de una sección de ala y y_t es la ordenada de la distribución simétrica de espesor en alguna posición x a lo largo de la cuerda, de acuerdo con la *figura 1.1*, las coordenadas de la superficie superior están dadas por las siguientes relaciones:

$$x_U = x - y_t \sin\theta \qquad (1.1a)$$

$$y_U = y_c + y_t \cos\theta \qquad (1.1b)$$

Análogamente, las expresiones correspondientes para las coordenadas de la superficie inferior son:

$$x_L = x + y_t \sin\theta \tag{1.1c}$$

$$y_L = y_c - y_t \cos\theta \tag{1.1d}$$

Sección NACA de 4 dígitos.

a. *Distribución del espesor*.

La distribución de espesor para una sección NACA de 4 dígitos está dada por la siguiente ecuación:

$$\pm y_t = \frac{t}{0.20}\left(0.2969\sqrt{x} - 0.1260x - 0.3516x^2 + 0.2843x^3 - 0.1015x^4\right) \tag{1.2}$$

donde,

t : espesor máximo expresado como una fracción de la cuerda.

El radio del borde de ataque es

$$r_t = 1.1019t^2 \tag{1.3}$$

a. Línea Media.

De acuerdo a los estudios del efecto de la variación de la cantidad de comba y la forma de la línea media, esta se expresa analíticamente como dos arcos parabólicos tangentes en la posición de la máxima ordenada y se expresa como

$$y_c = \begin{cases} \dfrac{m}{p^2}\left(2px - x^2\right) & ,0 \le x < m \\ \dfrac{m}{(1-p)^2}\left[(1-2p) + 2px - x^2\right] & ,m \le x \le 1 \end{cases} \tag{1.4}$$

donde,

m : altura máxima de la línea media expresada como fracción de la cuerda.
p : posición de la altura máxima.

b. *Designación.*

La primera cifra indica el valor máximo de la ordenada y_c como fracción de la cuerda.
La segunda cifra indica la distancia desde el borde de ataque a la posición de $y_{c_{\max}}$ como fracción de la cuerda.
Las últimas dos cifra indican el espesor máximo del perfil a partir de la línea media y se expresa como fracción de la cuerda.

Así, por ejemplo, la sección NACA 2415 tiene 2 por ciento de comba en una posición igual a 0.4 de la cuerda medido desde el borde de ataque y tiene un 15 por ciento de esbeltez. Las dos primeras cifras definen por completo la línea media, es decir, son las constantes *m* y *p* de la ecuación (1.4).

Sección NACA de 5 dígitos.

a. *Distribución del espesor.*

La distribución de espesor para las secciones NACA de 5 dígitos es idéntica a la de las secciones NACA de 4 dígitos.

b. *Línea Media.*

La línea media definida por dos ecuaciones que producen un decrecimiento progresivo de la curvatura se expresa a través de la siguiente ecuación

$$y_c = \begin{cases} \frac{1}{6} k_1 \left[x^3 - 3mx^2 + m^2 (3-m) x \right] & ,0 \le x < m \\ \frac{1}{6} k_1 m^3 (1-x) & ,m \le x \le 1 \end{cases} \qquad (1.5)$$

m y *p* son constantes idénticas a las definidas anteriormente y k_1 es un factor que depende del coeficiente de sustentación de diseño.

c. *Designación.*

La primera cifra indica el valor del coeficiente de sustentación ideal del perfil multiplicado por 20/3.
Las dos cifras siguientes indican el doble de la posición de la ordenada máxima medida desde el borde de ataque.
Las últimas dos cifra indican el espesor máximo del perfil a partir de la línea media y es expresada como fracción de la cuerda.

Una sección de ala NACA 23012 tendrá un coeficiente de 0.3, una curvatura máxima en un 15 por ciento de la cuerda y una esbeltez del 12 por ciento.

Secciones NACA modificadas.

La más común e importante modificación de estas series consiste en la formulación de la distribución del espesor. La forma de la distribución de espesor modificada está definida por la siguiente expresión

$$\pm y_t = \begin{cases} a_0\sqrt{x} + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 & ,0 \le x < m \\ d_0 + d_1(1-x) + d_2(1-x)^2 + d_3(1-x)^3 & ,m \le x \le 1 \end{cases} \tag{1.6}$$

donde las constantes se encuentran tabuladas para cada perfil†.
Además existen las series NACA-1, NACA-6 y NACA-7 las que en general tienen características más específicas†.

1.3. SUSTENTACIÓN Y ARRASTRE.

La acción dinámica del fluido en movimiento ejerce una distribución de esfuerzos en la superficie de objetos sumergidos y su efecto es el de una fuerza resultante sobre el cuerpo. La componente de esta fuerza en la dirección normal a la dirección de la velocidad de corriente libre U_∞ se denomina *sustentación* y se denota por *L*.

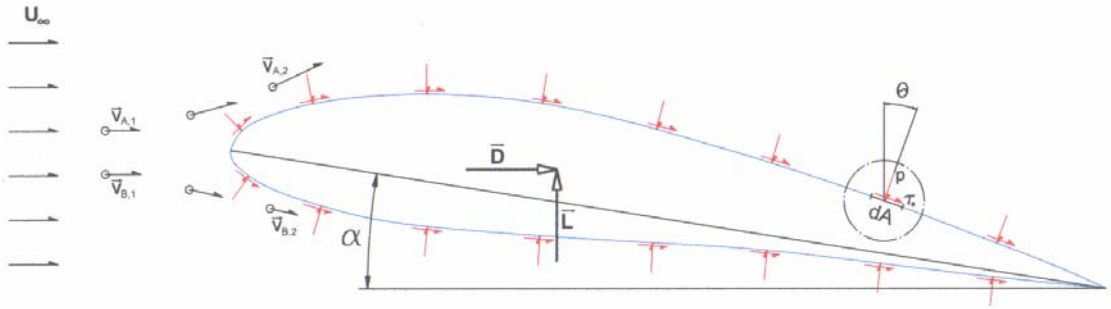


Figura 1.2. *Fuerzas viscosas y de presión sobre un ala.*

En la *figura 1.2* se visualiza como la partícula *B* pierde energía cinética al acercarse a la superficie inferior del perfil, lo que según la ecuación de Bernoulli aplicada a una línea de corriente entre lo puntos *1* y *2* se traduce en un aumento de presión. Análogamente, la partícula *A* que pasa por la superficie superior del perfil se acelera y, por consiguiente, la presión disminuye en esta zona. Esta diferencia de presiones debida principalmente a la geometría el perfil produce el efecto de sustentación.
Por otra parte, la fuerza en la dirección del flujo se conoce como el arrastre y es el resultado de los altos esfuerzos de corte en la capa límite y también por la depresión producida por la separación.

†Para un estudio más detallado, véase I. Abbott, *Theory of Wing Sections*.

Conceptualmente las fuerzas de arrastre y sustentación pueden calcularse directamente a partir los esfuerzos viscosos y la presión. Si se centra la atención en el elemento de área *dA* de la *figura 1.2* y se descomponen las fuerzas debidas a la presión y los esfuerzos de corte en la dirección el flujo y en la dirección normal a esta se obtienen las siguientes expresiones

$$D = \int_A \left(p \sin\theta + \tau_o \cos\theta \right) dA \tag{1.7}$$

$$L = \int_A \left(p \cos\theta - \tau_o \sin\theta \right) dA \tag{1.8}$$

donde,

D : fuerza de arrastre
L : fuerza de sustentación
p : presión
τ_o : esfuerzo de corte

En la practica, para efectos de caracterizar los perfiles, se definen coeficientes adimensionales de sustentación y arrastre.

1.4. COEFICIENTES DE SUSTENTACIÓN Y ARRASTRE.

La magnitud de las fuerzas desarrolladas en cuerpo sometidos al flujo de fluidos se determina, en la mayor parte de los casos, empíricamente a través de ensayos en túneles de viento. Para extender la utilidad de los resultados se recurre a parámetros adimensionales basados en consideraciones de similitud geométrica, cinemática y dinámica (Análisis Dimensional).
En perfiles geométricamente similares las fuerzas tienden variar directamente con la densidad del aire, el área del ala y el cuadrado de la velocidad. Luego, teniendo en consideración lo anterior se define el coeficiente de sustentación como

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho A U_\infty^2} \tag{1.9}$$

y el coeficiente de arrastre como

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho A U_\infty^2} \tag{1.10}$$

Es practica común en alas de longitud finita *b* y cuerda *c*, definir el área *A* como el producto $c \cdot b$, donde el cociente *b/c* se denomina *razón de aspecto*.

Las ecuaciones (1.9) y (1.10) pueden simplificarse bajo el concepto de *razón de aspecto infinita*, donde la longitud del ala *b* es lo suficientemente grande como para que el ensayo pueda considerarse teóricamente como bidimensional, es decir, los efectos tridimensionales de los extremos son despreciables ya que *b>>c*.

Tomando en consideración lo citado en el párrafo anterior se definen los *coeficientes seccionales de arrastre y sustentación*, respectivamente, como

$$c_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho c U_\infty^2} \tag{1.11}$$

$$c_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho c U_\infty^2} \tag{1.12}$$

Estas características aerodinámicas del ala se pueden describir convenientemente graficando los coeficientes adimensionales o bien los seccionales *versus* el ángulo de ataque α, el cual es el ángulo contenido entre la dirección de la velocidad relativa al perfil y la cuerda. En las *figuras 1.3 y 1.4* se visualiza la dependencia de los coeficientes de una sección NACA 0021 en relación con el ángulo de ataque para un número de Reynolds igual a 2.7×10^5.

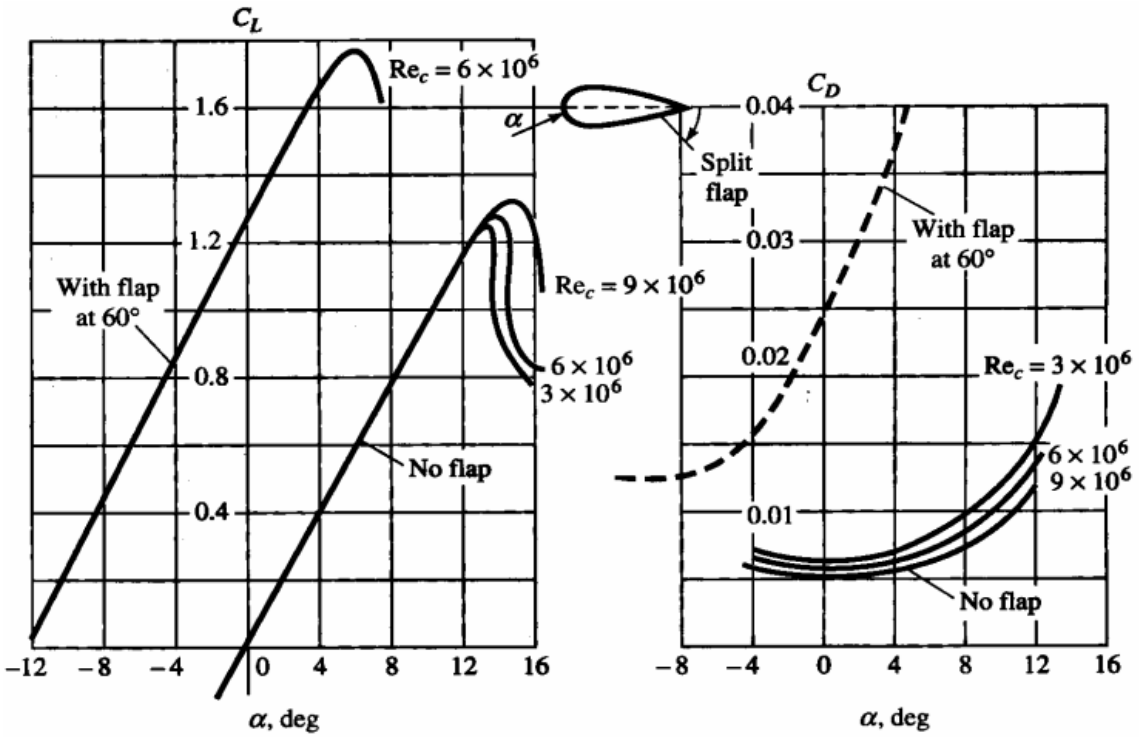


Figura 1.3. Curvas típicas c_L y c_D versus α de una sección NACA 0016.

Por otra parte, en la *figura 1.5* se tiene una gráfica de c_L *versus* c_D conocida como gráfica polar.

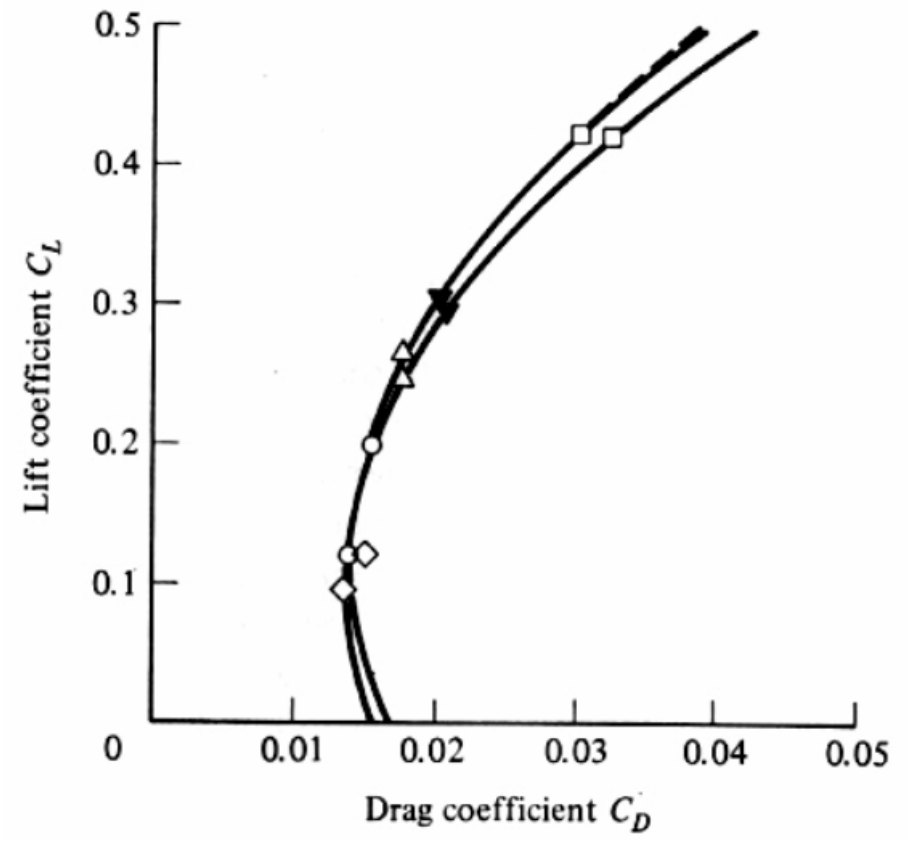


Figura 1.5. Gráfica Polar en diferentes números de Reynolds de una sección NACA 0016.

SEPARACIÓN DE LA CAPA LÍMITE Y DESPRENDIMIENTO DE VÓRTICES

2.1. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.

El presente estudio tiene como objetivo principal analizar el comportamiento del campo de flujo alrededor de un perfil aerodinámico de la serie NACA 0021 en diferentes ángulos de ataque para un número de Reynolds igual a 2.70×10^5. De acuerdo con la adaptación de los modelos potencial y turbulento a los datos experimentales se divide el problema en tres regiones:

Análisis para pequeños ángulos de ataque : $0º \leq \alpha \leq 15º$

Análisis en la zona de transición : $15º < \alpha < 20º$

Análisis para grandes ángulos de ataque : $20º \leq \alpha \leq 90º$

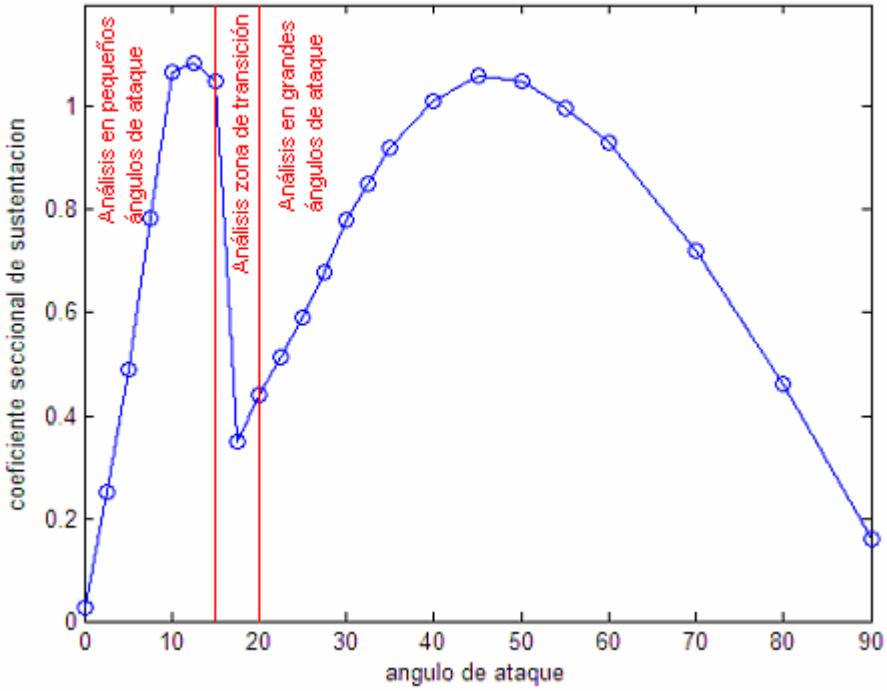


Figura 2.1. División del problema según la adaptación de modelos.

2.2. ANÁLISIS PARA PEQUEÑOS ÁNGULOS DE ATAQUE.

Los perfiles aerodinámicos están diseñados para operar en condiciones óptimas en un rango de ángulos de ataque de 0º a 15º ya que más allá de estos valores se produce perdida de sustentación e incluso vibraciones de gran intensidad.
El arrastre se produce principalmente por la acción de esfuerzos viscosos en la superficie del ala y, en menor escala por la presión inducida por los pequeños vórtices en el borde de salida.

2.3. ANÁLISIS DE LA ZONA DE TRANSICIÓN.

Después de alcanzar el primer máximo en la curva de la *figura 2.1* ocurre una pérdida súbita de sustentación, lo que anuncia el comienzo de la separación de la capa límite. Esta zona es altamente sensible a variaciones de la intensidad de la corriente libre y al tipo de separación[†].

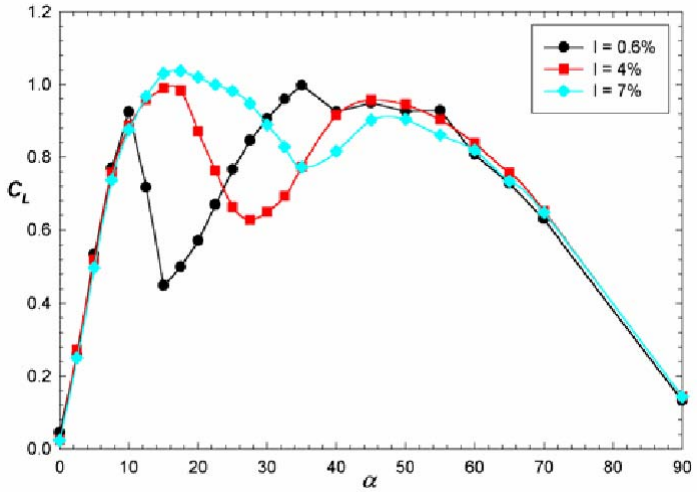


Figura 2.2. Efecto de la intensidad de turbulencia *I* de la corriente libre.
(Fuente: K. Swalwell, The effect of turbulence intensity on stall of the NACA 0021 aorefoil)

Experimentalmente se ha comprobado que los datos registrados en la zona de transición al incrementar el ángulo de ataque son diferentes a los registrados cuando el ángulo decrece. Este fenómeno aparece tanto en las curvas de sustentación como en las de arrastre y se conoce como histéresis.

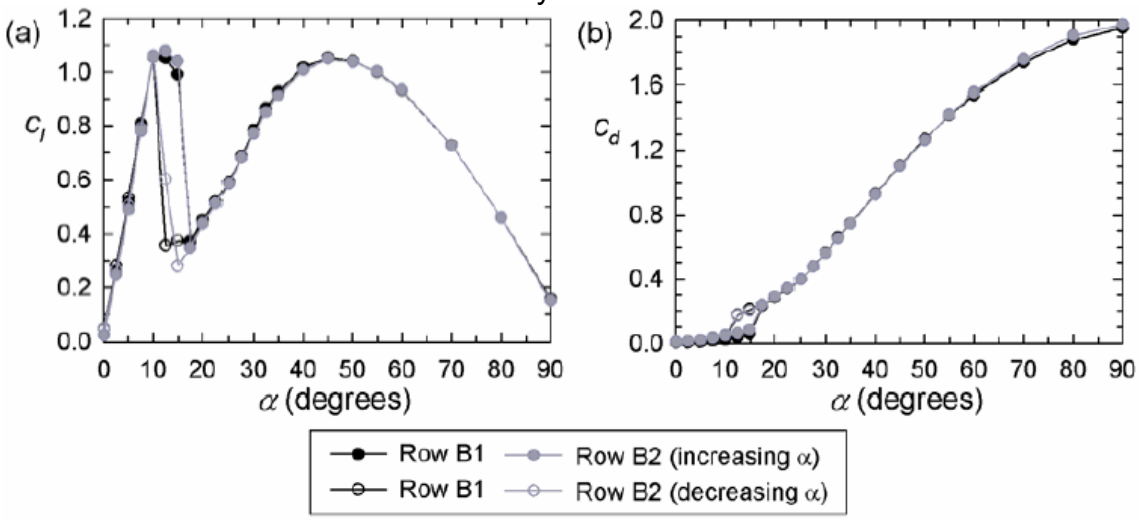


Figura 2.3. Efecto de histéresis.
(Fuente: K. Swalwell,Frequency analysis of surface pressures on an airfoil after stall)

[†]La pérdida repentina o moderada de sustentación depende del tipo de perfil que a su vez tiene un tipo particular de separación, *véase A. Broeren, Low-frecuency flowfield unsteadiness during airfoil stall and the influence of stall type*.

2.4. ANÁLISIS PARA GRANDES ÁNGULOS DE ATAQUE.

En esta zona el perfil es considerado como un cuerpo robusto y se caracteriza, en términos de pérdidas, por un gran arrastre debido a la región separada. La causa del fenómeno de separación está relacionada con el concepto de capa límite. A continuación se describen los tópicos mencionados.

Capa Límite.

Para flujos con alto número de Reynolds puede considerarse fehacientemente, que el efecto de la fricción interna es apreciable únicamente en una pequeña región que rodea las fronteras de los cuerpos sometidos a una corriente libre. Debido al principio de adherencia en las fronteras (interfase sólido/fluido) existe un alto gradiente de velocidad y, como se puede deducir de la ley de viscosidad de Newton, esta zona es altamente afectada por esfuerzos de corte. Esta delgada región de fluido afectada fuertemente por esfuerzos de tipo viscoso se conoce como capa límite.

Separación.

La separación de las líneas de corriente de la frontera curva de un perfil aerodinámico para un alto ángulo de ataque se muestra en la *figura 2.4*. La teoría de flujo potencial y los experimentos indican que la velocidad inmediatamente afuera de la capa límite alcanza un máximo en algún punto *B* en la superficie superior del perfil. Por otra parte, en algún punto *A*, en la vecindad del borde de ataque, la velocidad tiende a cero y se denomina *punto de estancamiento*.

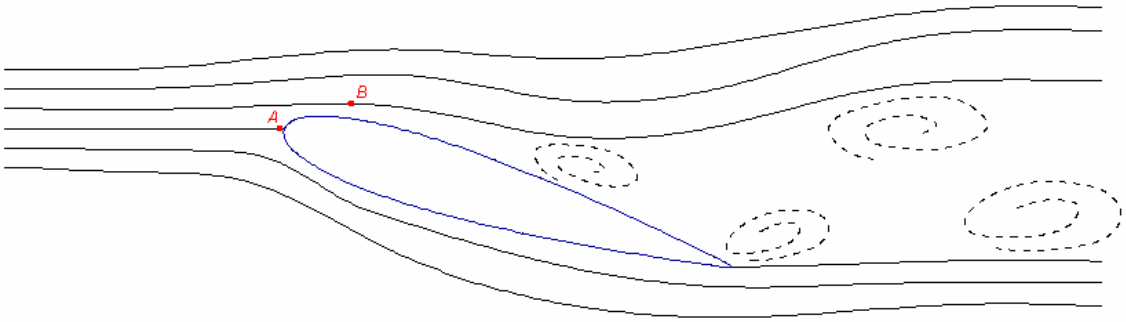


Figura 2.4. Perfil aerodinámico en un alto ángulo de ataque.

De acuerdo con la ecuación de Bernoulli, que es aplicable al flujo de corriente principal, la presión debe disminuir desde un valor cercano a la presión de estancamiento en el punto *A* hasta un valor mínimo en *B*. Luego de alcanzar el mínimo, la presión debe incrementarse corriente abajo del punto *B*. Por lo tanto la capa límite mas allá del punto *B* soporta una presión que se incrementa en la dirección del flujo. Este efecto se conoce como *gradiente de presión adverso*. El aumento de presión hace que el fluido en la capa límite se vuelva más lento y es muy probable que alcance la condición de reposo, lo que produciría la inversión del flujo en la capa límite causando de esta manera que el flujo se separe de la frontera.
Si *x* es una coordenada curvilínea que tenga la forma de la frontera e *y* es la coordenada normal a la superficie, el inicio de la separación se produce en el punto que cumpla con la condición

$$\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} = 0 \qquad (2.1)$$

La *figura 2.5* muestra el comportamiento del perfil de velocidad afectado por un gradiente de presión adverso.

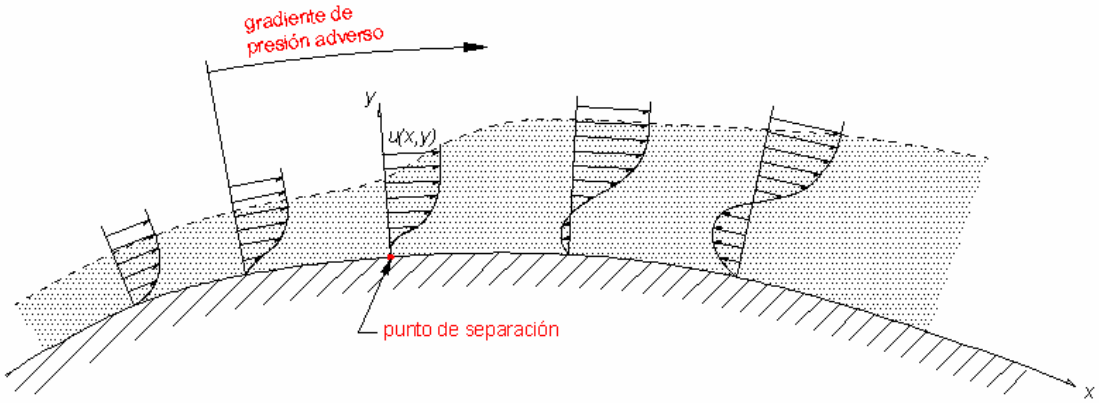


Figura 2.5. Efecto del gradiente adverso de presión.

La separación produce un incremento en el arrastre producto de la baja presión que persiste en la región separada. Además, la inversión del flujo produce vórtices que se desprenden alternadamente corriente abajo produciendo fluctuaciones en la fuerza resultante sobre el perfil.

Desprendimiento de vórtices.

Los cuerpos robustos exhiben un fenómeno muy interesante llamado desprendimiento de vórtices.
Cuando se alcanza la condición de estabilidad se desprenden vórtices o remolinos en forma regular y alternada, es decir, uno de los vórtices siempre se escapará primero y se arrastrará aguas abajo de la estela, luego otro vórtice se creará en su lugar. Este patrón de flujo se conoce como *calle de vórtices de Von Kármán*.

Figura 2.6. Calle de vórtices de Von Kármán en un cilindro.

El desprendimiento de vórtices en un perfil de ala y en cuerpos romos puede ser caracterizado por el número de Strouhal. Este parámetro adimensional relaciona la frecuencia de desprendimiento de vórtices *f*, la velocidad de la corriente libre U_∞, y una longitud *l* característica del objeto. La expresión del número de Strouhal es

$$St = \frac{f\,l}{U_\infty} \tag{2.2}$$

En los diversos estudios en placas planas para distintos ángulos de ataque se encontró que el número de Strouhal basado en una longitud característica igual a la longitud de la placa normal a la dirección del flujo permanece aproximadamente constante. De acuerdo a lo anterior, la longitud característica para un perfil aerodinámico de cuerda *c* puede tomarse como

$$l = c \sin\alpha$$

Por lo tanto el número de Strouhal será

$$St = \frac{fc \sin\alpha}{U_\infty} \tag{2.3}$$

El desprendimiento de vórtices en cuerpos robustos produce fuerzas cíclicas. Los diseñadores deben evitar que la frecuencia de desprendimiento de vórtices coincida con la frecuencia natural del objeto o con uno de sus armónicos. Los efectos de resonancia producidos si se cumple la condición anterior pueden ser desastrozos.

Aplicaciones.

No se han realizado muchas investigaciones relacionadas con el comportamiento de perfiles aerodinámicos para altos ángulos de ataque. Algunos de estos trabajos, como los realizados por Swalwell y Sheridan (2003), tienen como objetivo principal analizar el comportamiento de las fuerzas sobre perfiles en el dominio de la frecuencia, es decir, determinar el espectro de la vibración en diferentes ángulos de ataque y extender la aplicación de estos resultados para el análisis de rendimiento y mejoras de *turbinas de viento de eje horizontal*.

Aunque los perfiles aerodinámicos están diseñados para operar en pequeños ángulos de ataque, es inevitable que algunas maquinarias relacionadas con la transformación de energía, como las turbinas de viento, estén afectadas por separación de flujo bajo ciertas condiciones de operación. Esto se visualiza especialmente en las regiones del aspa cercanas al eje de rotación.

Existen diferentes teorías para el diseño de un aspa; como las de Stefaniak, de Hütter y de Sabini. Los resultados entre cada teoría son muy similares y todas llegan a la misma conclusión: tomando en consideración las fuerzas ejercidas por el flujo, el comportamiento aerodinámico de la hélice y el máximo rendimiento teórico máximo que se pueda obtener, *el ángulo de ataque en un aspa debe variar desde un mínimo en la periferia hasta un máximo en la raíz*.

Esto se visualiza en la *figura 2.7*.

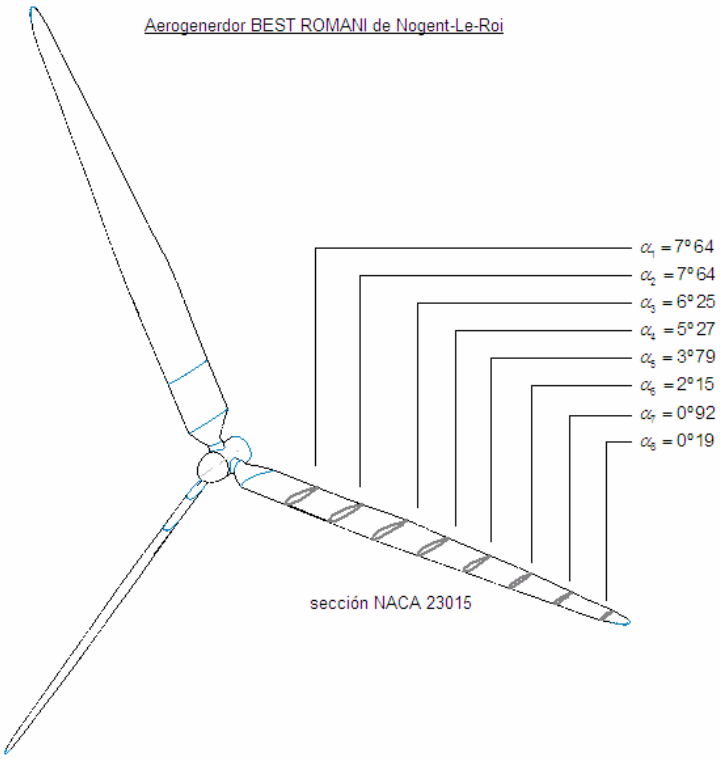


Figura 2.7. Variación del ángulo de ataque a lo largo del aspa.

Por otra parte, como la velocidad del viento puede variar significativamente durante una jornada, las eólicas modernas utilizan hélices de paso variable para mantener una velocidad aproximadamente constante y dentro del rango de velocidad nominal de funcionamiento.
El principio de funcionamiento de un sistema de regulación mecánico de tipo centrífugo, se ilustra en la siguiente figura. Como puede intuirse, si la velocidad del viento aumenta y por lo tanto la velocidad de giro de la hélice, la masa en el extremo de la barra es afectada por una mayor fuerza centrífuga lo que a su vez, mediante elementos mecánicos hace girar el aspa alrededor de su eje alterando así el ángulo de ataque de las secciones de la pala.

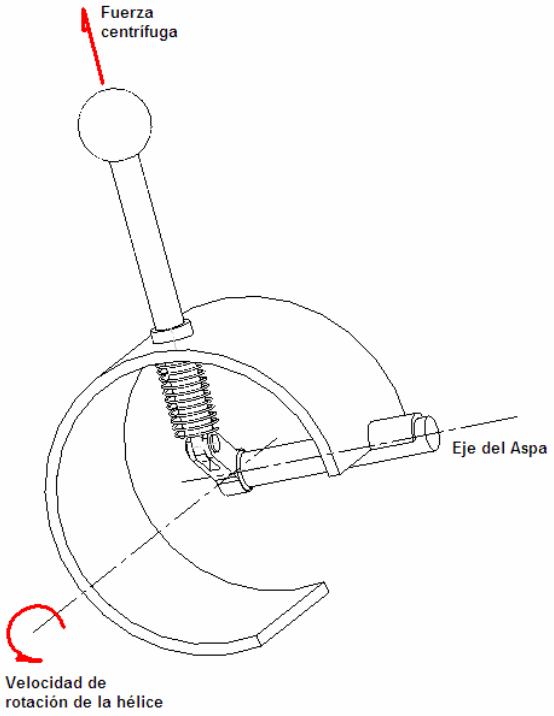


*Figura 2.8.*Vista en corte de un mecanismo de regulación de velocidad.

Tomando en consideración lo mencionado en los párrafos anteriores, una turbina de viento puede estar afectada por vibraciones inducidas por la separación del flujo en las regiones cercanas a la raíz del aspa bajo ciertas condiciones de funcionamiento.

SIMULACIÓN NUMÉRICA

3.1. SIMULACIÓN NUMÉRICA.

Se desea reproducir el ensayo en túnel de viento de un perfil aerodinámico en diferentes ángulos de ataque realizado por Swalwell & Sheridan (2003), utilizando el cálculo computacional de dinámica de fluidos. El problema se asume como una situación bidimensional y se resuelve mediante métodos numéricos a través del software Fluent 6.0.

3.2. ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN.

Encontrar una solución analítica de las ecuaciones diferenciales parciales que gobiernan el flujo de fluidos alrededor de geometrías complejas es una tarea imposible de realizar. En general, estos problemas se resuelven mediante métodos de análisis numérico. En las soluciones de tipo numérico se reemplaza el dominio continuo con un dominio discreto utilizando una malla; por lo tanto esta es sólo una aproximación de la solución exacta. Sin embargo, al ocuparse de la solución para un número finito de punto discretos, el método se simplifica, al resolver ahora un sistema de ecuaciones algebraicas.
El método para discretizar las ecuaciones diferenciales en Fluent es el conocido *método de volúmenes finitos*. Este considera el balance de propiedades como masa, momentum, energía, etc., en un pequeño volumen finito que está dentro del dominio de cálculo.

3.3. DETALLES SOBRE DISCRETIZACIÓN.

Generación de la Malla.

La geometría del problema se llevó a cabo a través del pre-procesador Gambit. En primer lugar el contorno del perfil fue construido generando 40 vértices de acuerdo a las coordenadas tabuladas en el manual *Theory of Wing Sections*. Una curva spline se creó a través de los vértices para obtener una frontera suave que simule la forma real de la sección aerodinámica.
Para definir las dimensiones del dominio del problema se deben considerar cuales son las limitaciones de las condiciones de contorno que Fluent tiene disponibles.
La condición de entrada de flujo está a una distancia igual a 4 veces la longitud de la cuerda medida desde el centro del perfil para que así la corriente alcance la condición de *flujo completamente desarrollado* antes de acercarse a la sección de ala.
Una de las condiciones de salida disponibles en Fluent y utilizada en la mayor parte de situaciones de flujo de fluidos incompresibles, *Outflow*, impone la restricción de flujo completamente desarrollado en la salida, es decir, un flujo tal que la difusión de todas las variables de flujo en la dirección de salida sea nula.

Para que esto ocurra en una situación donde se espera una larga estela se recomienda una distancia igual a 10 veces la longitud de la cuerda (Versteeg & Malalasekera, 1995).
Las paredes superior e inferior están a una distancia igual a 3 veces la longitud de la cuerda para así no afectar el comportamiento del flujo cerca del perfil.
El dominio de dividió en 12 caras según la configuración que se muestra en la *figura 3.1*.

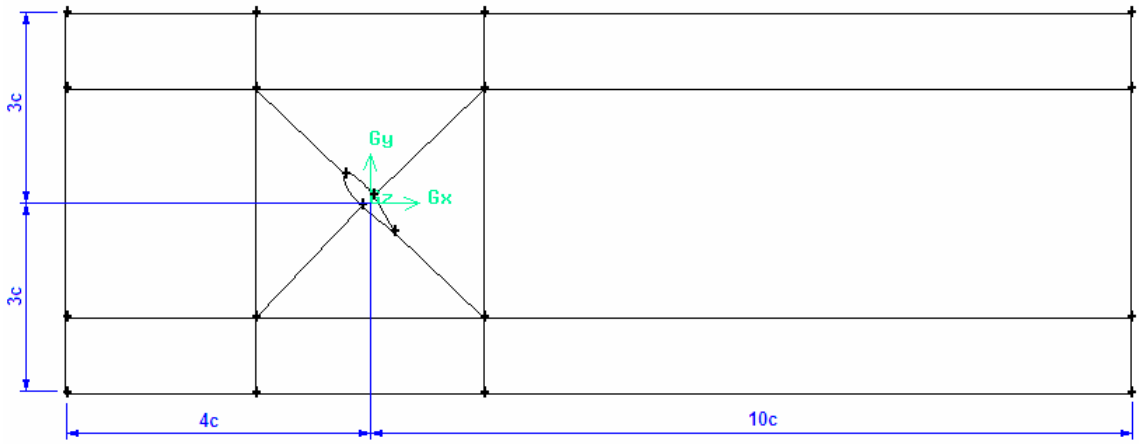


Figura 3.1. Dimensiones del dominio y distribución de caras.
Longitud de la cuerda *c* = 0.125(m)

Se seleccionó un tipo de malla cuadrilateral y se generaron alrededor de 30600 nodos. Los detalles sobre el refinamiento en las cercanías del perfil se detallan en las *figuras 3.2 a 3.5*.

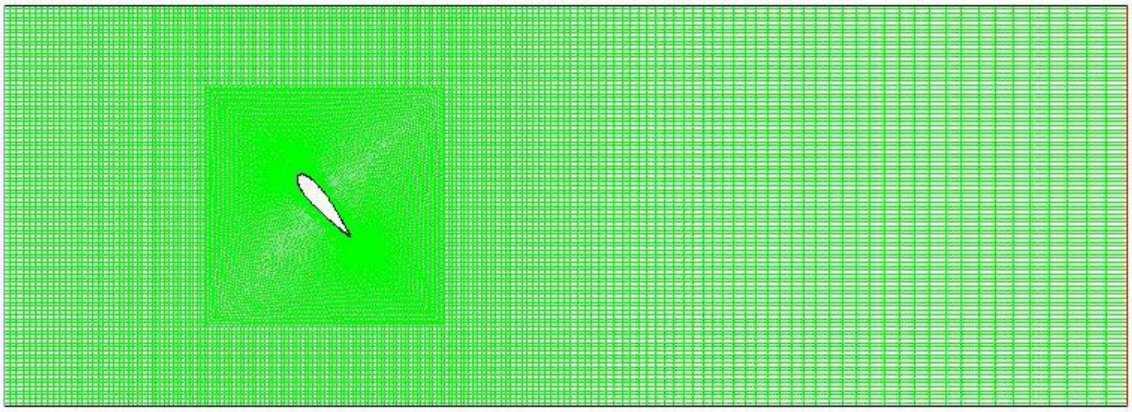


Figura 3.2. Malla cuadrilateral.

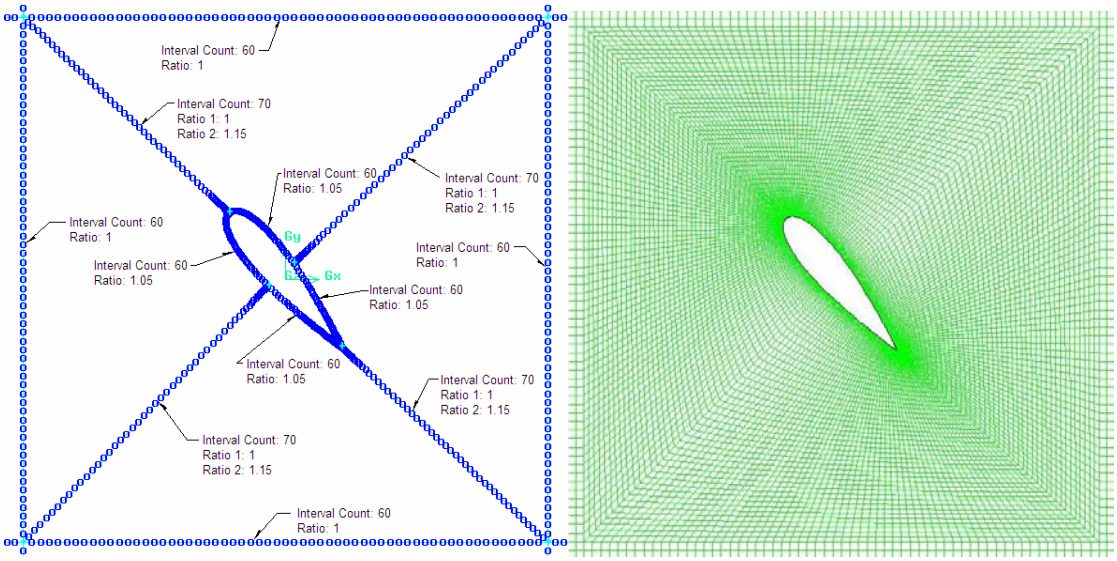


Figura 3.3. Detalles sobre discretización en las fronteras del perfil.

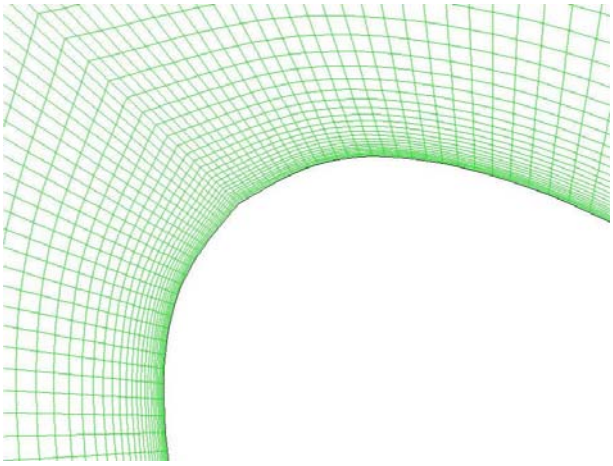


Figura 3.4. Refinamiento del borde de ataque.

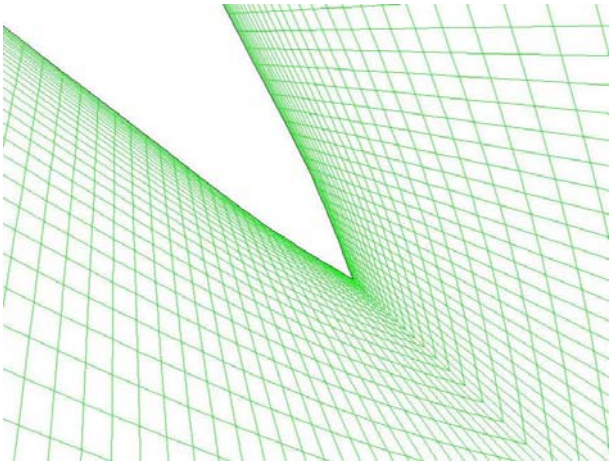


Figura 3.5. Refinamiento del borde de salida.

Esta es la configuración típica utilizada aunque para algunos ángulos de ataque se realizaron leves modificaciones para evitar la distorsión de la malla en el borde de salida del ala.
La alta densidad de malla concentrada en los contornos de la sección de ala se debe a ciertas condiciones impuestas por Fluent para describir correctamente el comportamiento de la capa límite. Estas consideraciones se detallan mas adelante cuando se trate mas profundamente el modelo turbulento.

Modelo Matemático.

En un primer intento se simuló la dinámica de fluidos utilizando el modelo potencial, pero dadas las condiciones de irrotacionalidad propias del modelo, este arrojó resultados aceptables hasta un ángulo de ataque igual a 17.5º, después de esto fue imposible inicializar el problema ya que se vuelve altamente divergente.
El modelo laminar muestra un comportamiento inestable en pequeños ángulos de ataque junto con una separación prematura de la capa límite en las cercanías el borde de ataque. Fluent no admite parámetros de rugosidad en la pared cuando se usa el modelo laminar y esto podría ser la causa de la separación en pequeños ángulos de ataque. Los experimentos muestran que para ciertos valores de rugosidad de pared la capa límite cambia su régimen de flujo de laminar a turbulento con un desplazamiento corriente abajo del punto de separación debido a la mayor cantidad de momentum que transporta una capa límite turbulenta. Teóricamente las ecuaciones de Navier Stokes pueden *simular directamente*[†] la turbulencia, pero esto implicaría una extensa capacidad de procesamiento. La consideración de la rugosidad en la pared en flujo laminar llevaría a esta condición y debido esto el modelo está limitado para esta situación. Lo anterior es sólo una de las posibles explicaciones que podrían aclarar el porqué de la no-adaptación del modelo en esta situación de flujo.
En pequeños ángulos de ataque el modelo turbulento y sus variaciones no se adaptan con gran precisión a los datos experimentales. Aunque no se visualiza separación, los valores promedio de sustentación son menores que los reales. Por el contrario, la fuerza de arrastre supera excesivamente los valores promedio registrados.
Para altos ángulos de ataque, el modelo turbulento se comporta aceptablemente.
En la zona de transición existe incertidumbre como se mencionó en secciones anteriores. Además la información sobre las características del ensayo experimental no son tan detalladas como para modelar esta región en forma precisa.

[†]El esfuerzo para simular numéricamente en forma directa la turbulencia fue recientemente publicada por Kaneda et al., 2003. Para esto usó 4096^3 puntos de grilla, lo cual rigurosamente corresponde a 0.5 terabytes de memoria.

Con respecto a la simulación en pequeños ángulos de ataque, sólo se dispone de información relacionada con la magnitud promedio de sustentación y arrastre, lo que no asegura que la evolución temporal del fenómeno esté fielmente modelada por el modelo potencial.

Las secciones siguientes detallan los modelos utilizados y condiciones de borde para cada situación.

SIMULACIÓN EN PEQUEÑOS ÁNGULOS DE ATAQUE

4.1. MODELO MATEMÁTICO.

Para simular la dinámica de fluidos en pequeños ángulos de ataque, se empleará el modelo potencial. Dado que en situaciones de flujos externos los efectos viscosos son apreciables principalmente en la capa límite, asumir un modelo potencial es una practica aceptable, sin embargo, como la fuerza de arrastre en pequeños ángulos se debe principalmente a los efectos viscosos, toda la información obtenida al respecto no será considerada válida.
Para resolver el problema se define una formulación segregada en un esquema implícito. La evolución en el tiempo es calculada mediante una aproximación de segundo orden.
Si, $v = v(x,y,t)$ son las componentes de la velocidad en las direcciones *x* e *y*, respectivamente y $p = p(x,y,t)$ es la presión, entonces las ecuaciones que gobiernan el flujo bidimensional de un fluido inviscoso e incompresible son:

Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{4.1}$$

Ecuaciones de Euler

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} \tag{4.2}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} \tag{4.3}$$

4.2. CONDICIONES INICIALES.

Como el objetivo principal es analizar el comportamiento del flujo cuando éste alcance un régimen periódico estable las condiciones iniciales no tendrán influencia en la solución final después de transcurrido un largo lapso de tiempo. En general, para todas las situaciones analizadas, en *t = 0* todas las variables tendrán un valor igual al impuesto en la entrada.

4.3. CONDICIONES DE CONTORNO.

El flujo está caracterizado por un número de Reynolds igual a $2.7\text{x}10^5$. Si se considera la longitud característica igual a la longitud de la cuerda y una viscosidad del aire en condiciones estándar, entonces la velocidad de corriente libre será,

$$\text{Re} = \frac{\rho c U_\infty}{\mu} \Leftrightarrow U_\infty = \frac{\mu \text{Re}}{\rho c} = \frac{1.7894\text{e-}05\left(\text{kg}/\text{m}\cdot\text{s}\right)2.7x10^5}{1.225\left(\text{kg}/\text{m}^3\right)0.125(m)} = 31.55\left(m/s\right)$$

Luego, las condiciones de borde, fijando el centro del perfil como origen serán (ver *figura 4.1*)

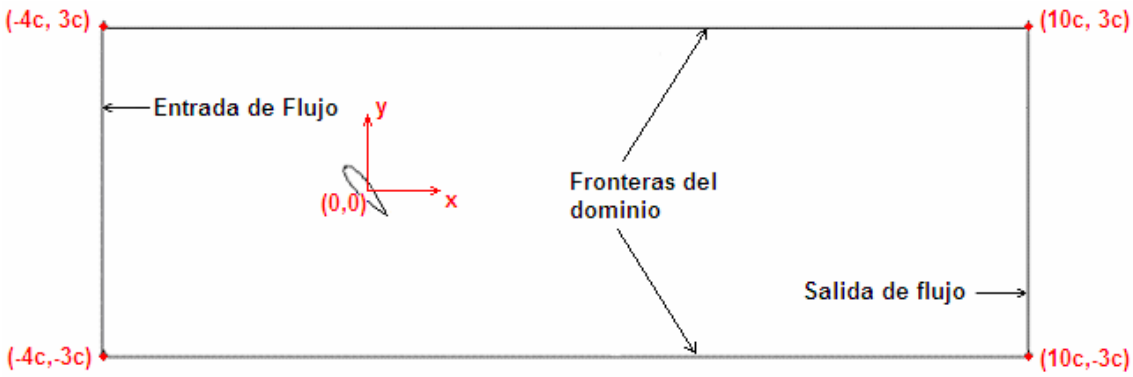


Figura 4.1. Dominio del problema.
Longitud de la cuerda c = 0.125(m)

Entrada de flujo.

$$u(-4c,y,t)=U_\infty \qquad ,-3c<y<3c,\ 0<t<\infty$$

$$v(-4c,y,t)=0 \qquad ,-3c<y<3c,\ 0<t<\infty$$

Fronteras superior e inferior.

$$v(x,\pm 3c,t)=0 \qquad ,-4c<x<10c,\ 0<t<\infty$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{(x,\pm 3c,t)}=0 \qquad ,-4c<x<10c,\ 0<t<\infty$$

Salida de flujo.

$$v(10c,y,t)=0 \qquad ,-3c<y<3c,\ 0<t<\infty$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{(10c,y,t)}=0 \qquad ,-3c<y<3c,\ 0<t<\infty$$

4.4. DISCRETIZACIÓN.

Los métodos de discretización que vienen por efecto en Fluent son sólo para situaciones de flujo simple. Dada la complejidad de la configuración de flujo en el borde de salida del perfil se utilizarán formulaciones de segundo orden. Fluent sugiere el uso del algoritmo PISO (pressure implicit with splitting of operators) para el acoplamiento de presión-velocidad en situaciones de tipo transiente.
El método de discretización empleado se resume en la *tabla 4.1*.

Tabla 4.1. Discretización

Ecuación	*Esquema*
Presión	Segundo Orden
Acoplamiento presión-velocidad	Piso
Momentum	Segundo orden

4.5. FACTORES DE RELAJACIÓN.

En la mayor parte de las situaciones analizadas se emplearon los valores que Fluent sugiere para los factores de relajación, sin embargo para ángulos de ataque mayores a 10º factores menores ayudan a la convergencia en las primeras iteraciones.
Los factores utilizados se resumen en la siguiente tabla.

Tabla 4.2. Factores de relajación

Variable	*Factores de relajación**	*Factores de relajación*
Presión	0.2	0.3
Densidad	1	1
Fuerzas de cuerpo	1	1
Momentum	0.5	0.7

**Para las primeras $5x10^3$ iteraciones.*

4.6. CRITERIO DE CONVERGENCIA.

Anteriormente se mencionó que el método de discretización implica que un sistema de ecuaciones diferenciales se reemplaza por otro equivalente pero de forma algebraica. Debido al numero de ecuaciones de los sistemas resultante, al hecho que sean del tipo no linear ($(\bar{V} \bullet \nabla)\bar{V}$), se requiere de una estrategia iterativa (algoritmo de Gauss Seidel) para la inversión de la matriz de coeficientes del sistema de ecuaciones. El método iterativo se basa en un criterio de convergencia relacionado con la precisión requerida de la solución, por lo tanto es de importancia una selección adecuada de estos valores. En la *tabla 4.5* se muestran los valores utilizados en las simulaciones.

Tabla 4.3. Criterio de convergencia.

Ecuación	*Criterio de convergencia*
Continuidad	10^{-3}
Momentum en x	10^{-4}
Momentum en y	10^{-4}

4.7. PARÁMETROS DE ITERACIÓN.

En las primeras 10^3 iteraciones, para simulaciones en ángulos de ataque en un rango de 0º a 7.5º un paso de tiempo igual a 10^{-7}s es adecuado. Luego es posible aumentar progresivamente hasta un máximo permitido de 10^{-5}s. Dada la alta inestabilidad numérica, un Δt igual 10^{-4}s asegura la divergencia de la solución en aproximadamente10^3 iteraciones.
Para ángulos de ataque entre 7.5º a 17.5º, el paso de tiempo en las primeras iteraciones puede ser incluso del orden de 10^{-13}s en los mayores ángulos.
El máximo valor permisible para Δt es 10^{-6}s.
Aunque en una formulación acoplada el $\Delta t_{máx}$ es función del tamaño de malla y está limitado por el número de Courant, la formulación segregada, independiente del número de Courant, está limitada por la alta naturaleza nolineal de la solución que se refleja en una alta inestabilidad numérica para valores de Δt mayores a $3x10^{-6}$s.

4.8. RESULTADOS.

En las gráficas de la *figura 4.2* se visualiza como el modelo potencial se adapta, en cierto grado, a los datos experimentales. Si bien, para el coeficiente se sustentación el comportamiento es bastante similar, la grafica de los coeficientes de arrastre sufre un cambio súbito a los 10º. Lo más probable es que la condición de irrotacionalidad ya no sea válida y por lo tanto los efectos viscosos comiencen a ser significativos.

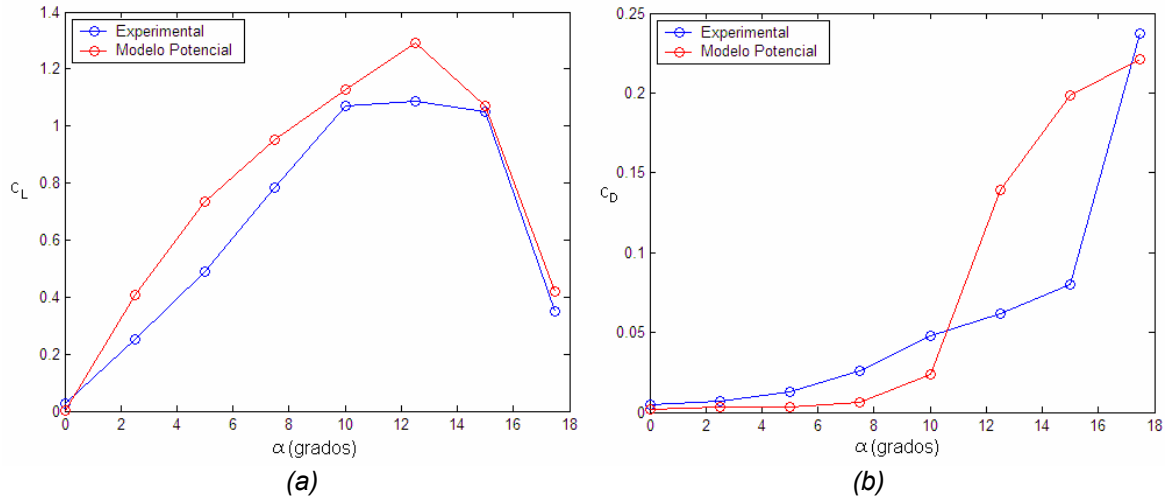


Figura 4.2. (a) Coeficiente de sustentación c_L versus ángulo de ataque α y (b) coeficiente de arrastre c_D versus ángulo de ataque α.

Sección NACA 0021, α = 2.5º

A los 2.5º no se visualiza separación a gran escala como se puede apreciar en la *figura 4.6b*. La *figura 4.6a* ilustra la condición de deslizamiento en la frontera del perfil.

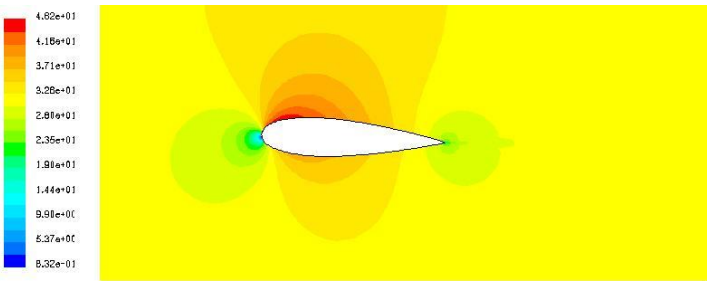


Figura 4.3. Contornos de velocidad.

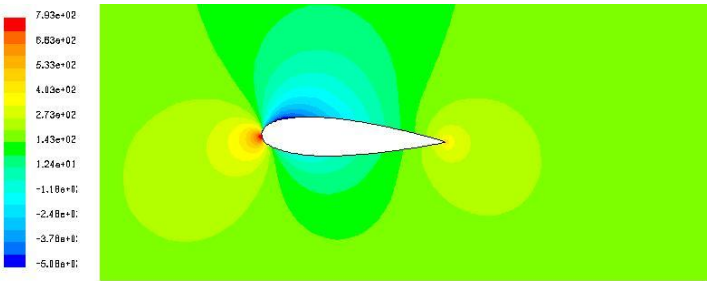


Figura 4.4. Contornos de presión.

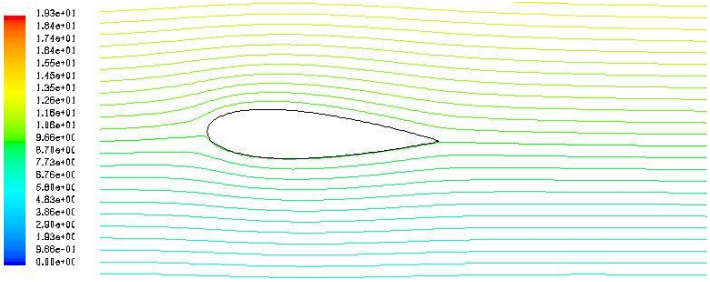
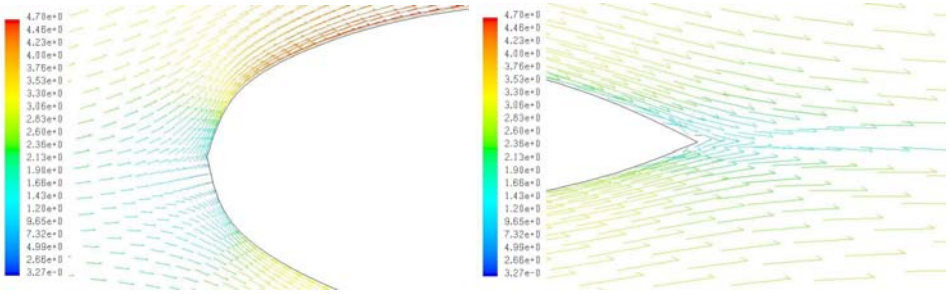


Figura 4.5. Líneas de corriente.



(a) *(b)*

Figura 4.6. Vectores de velocidad (a) Borde de ataque
(b) Borde de salida.

Sección NACA 0021, α = 7.5º

La *figura 4.10b* muestra una pequeña región separada en el borde de ataque. Aún los efectos de la separación no anuncian un comportamiento periódico.

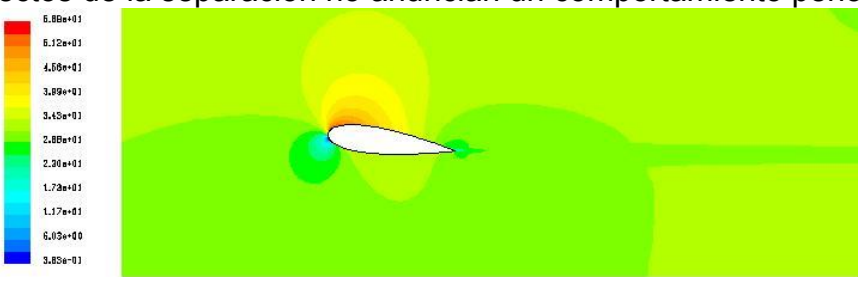


Figura 4.7. Contornos de velocidad.

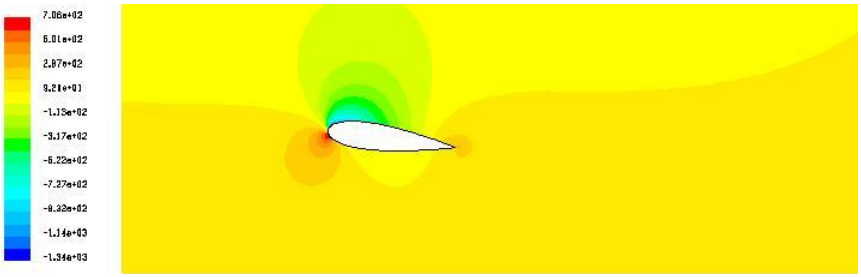


Figura 4.8. Contornos de presión.

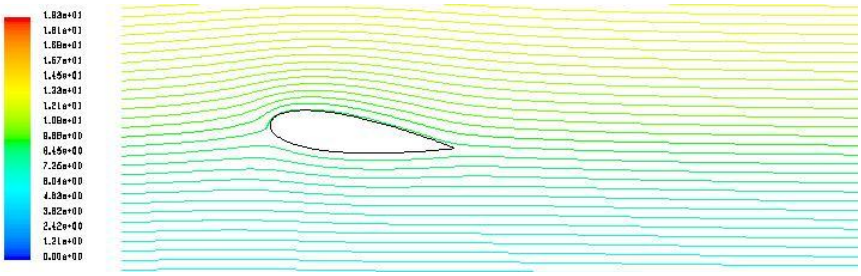
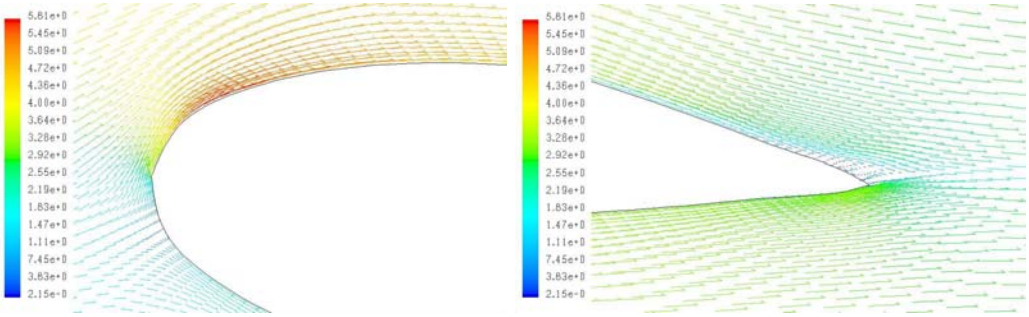


Figura 4.9. Líneas de corriente.

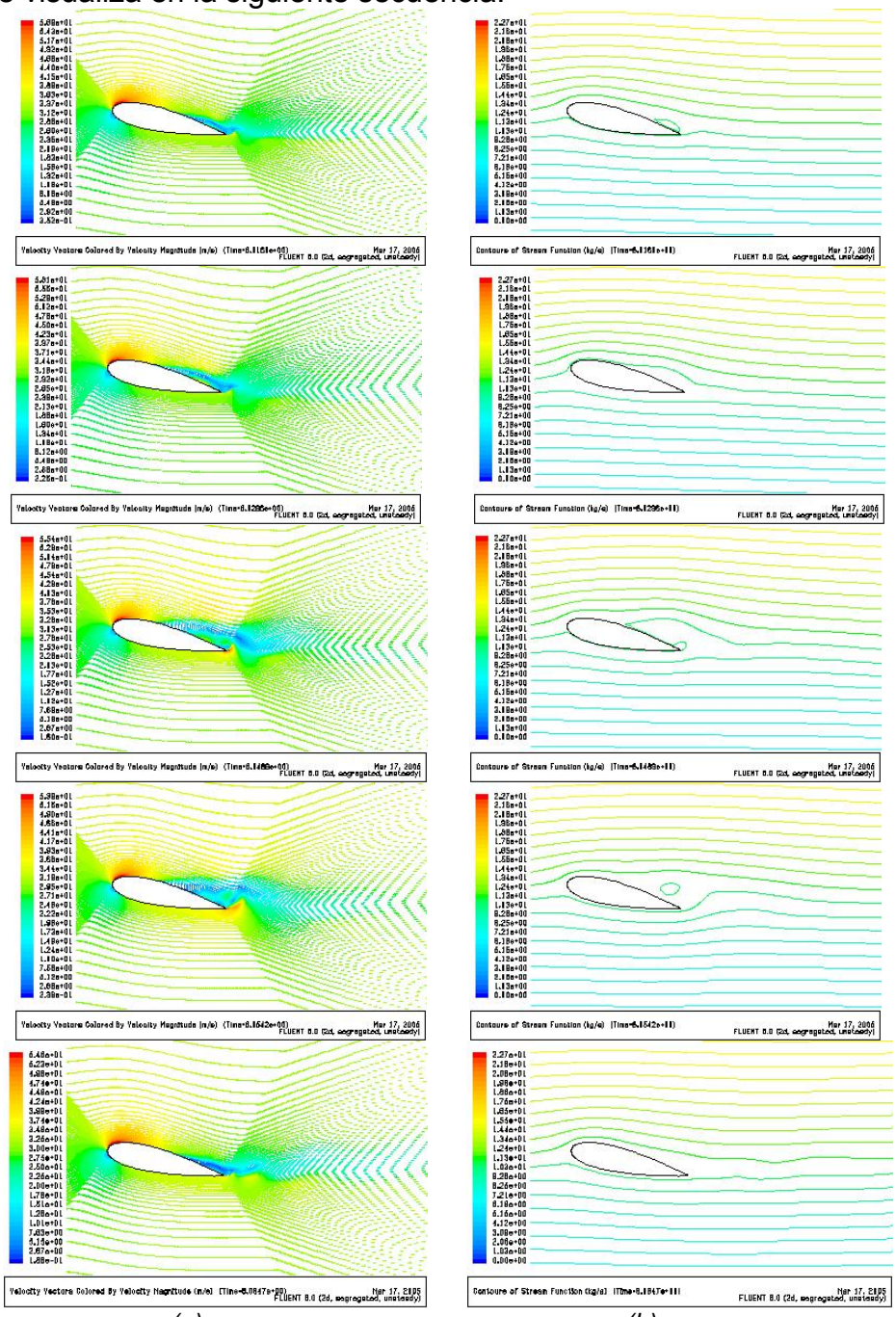


(a) *(b)*

Figura 4.10. Vectores de velocidad (a) Borde de ataque
(b) Borde de salida.

Sección NACA 0021, α = 12.5º

En un ángulo de ataque igual a 12.5º ya es apreciable una estela que muestra un comportamiento periódico. Claramente ya se desprenden pequeños vórtices como se visualiza en la siguiente secuencia.



(a) *(b)*

Figura 4.11. (a) Vectores de velocidad y (b) Líneas de corriente en intervalos de 0.01s

En la superficie superior del perfil, cerca del borde de ataque, se observa un punto de velocidad máxima que se traduce en una zona de baja presión. Esto induce un gradiente de presión adverso corriente abajo.

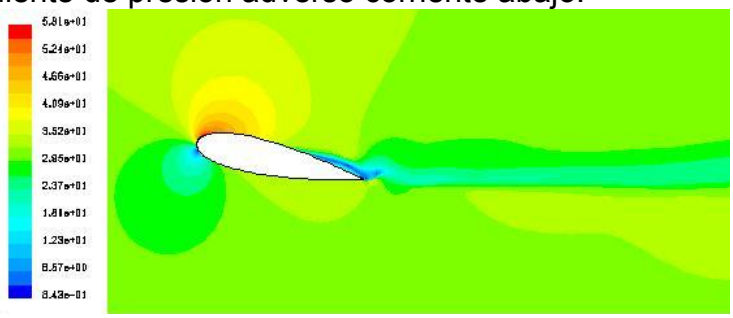


Figura 4.12. Contornos de velocidad.

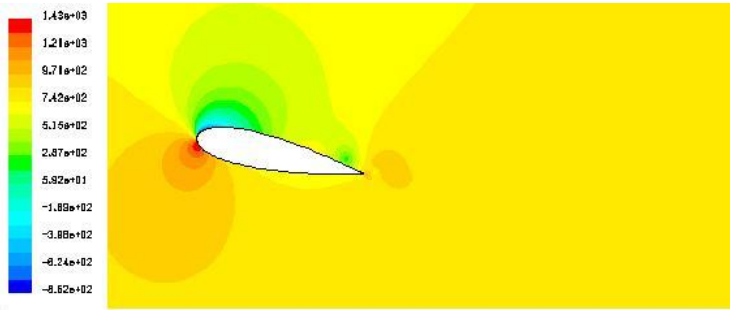


Figura 4.13. Contornos de presión.

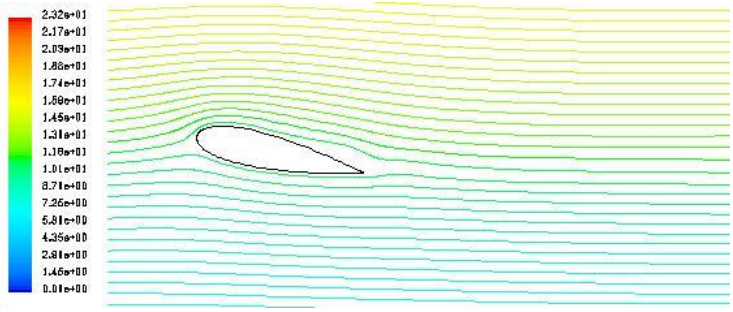
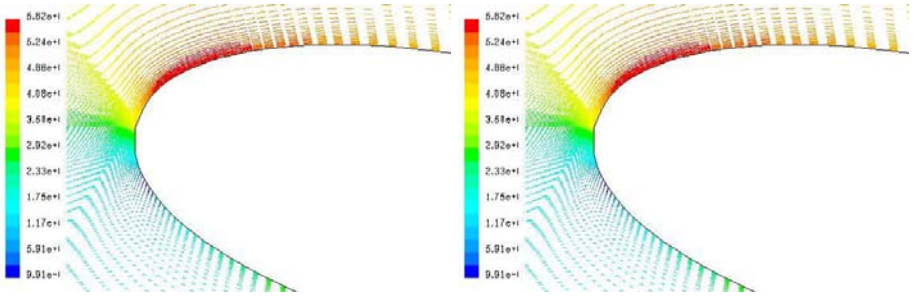


Figura 4.14. Líneas de corriente.

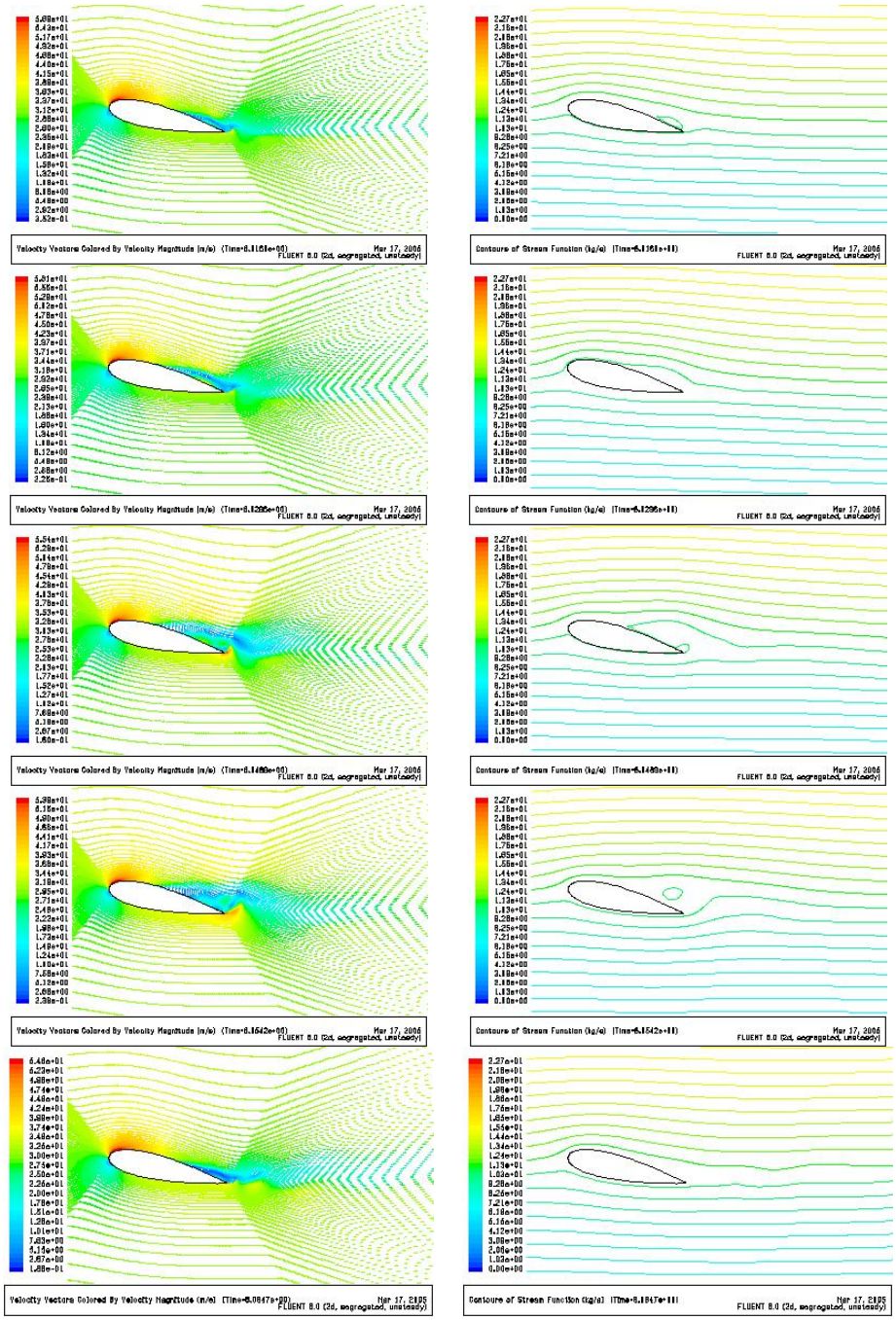


(a) *(b)*

Figura 4.15. Vectores de velocidad (a) Borde de ataque
(b) Borde de salida.

Sección NACA 0021, α = 17.5º

En la secuencia de líneas de corriente, las curvas cerradas indican que un vórtice se ha desprendido y es arrastrado corriente abajo. El punto de separación se mueve hacia las cercanías del borde de ataque produciendo un alto arrastre.



(a) *(b)*

Figura 4.16. (a) Vectores de velocidad y (b) Líneas de corriente en intervalos de 0.01s

La *figura 4.20b* es un acercamiento del borde de salida y muestra como se invierte el flujo en esta región.

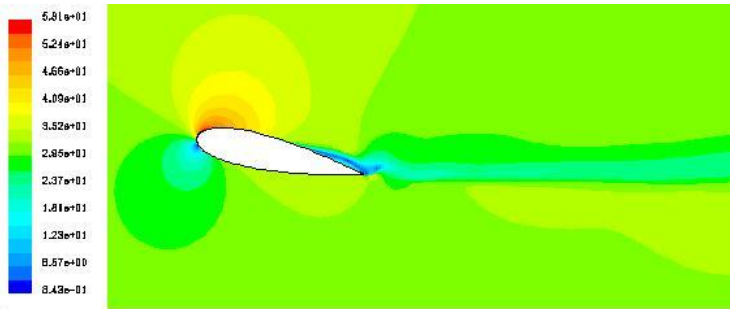


Figura 4.17. Líneas de corriente.

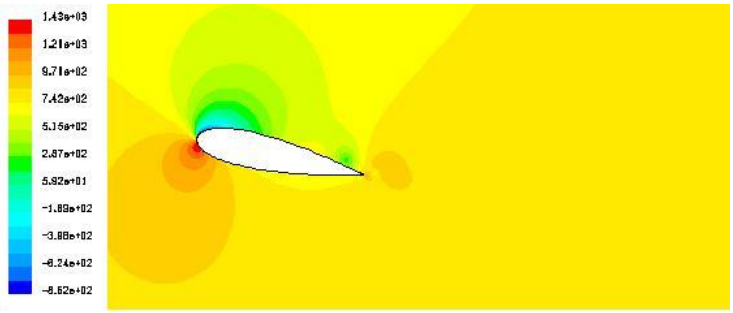


Figura 4.18. Líneas de corriente.

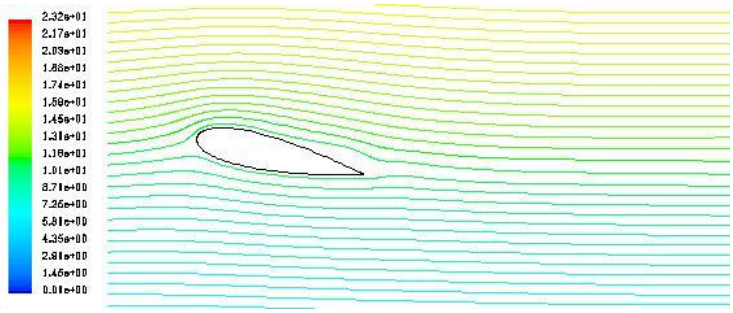
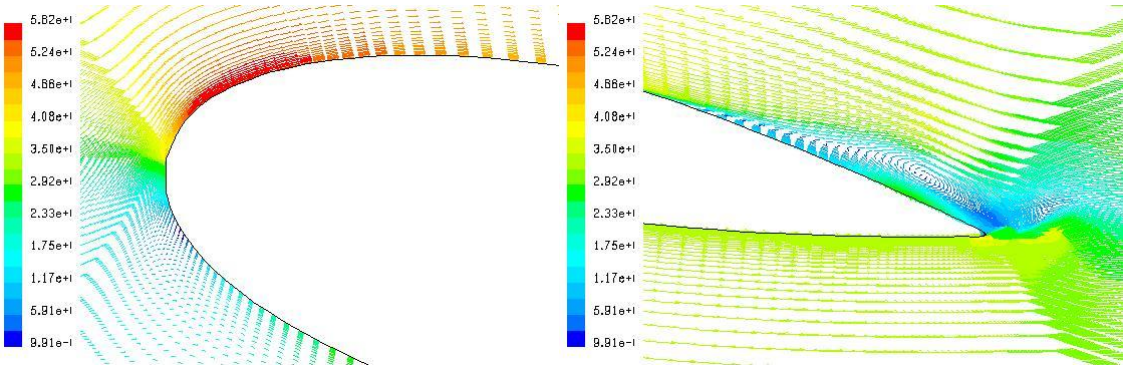


Figura 4.19. Líneas de corriente.



(a) *(b)*

Figura 4.20. Vectores de velocidad (a) Borde de ataque
(b) Borde de salida.

SIMULACIÓN EN GRANDES ÁNGULOS DE ATAQUE

5.1. MODELO MATEMÁTICO.

La evidente presencia de separación en grandes ángulo de ataque va acompañada de una alta presencia de turbulencia en la estela. Comúnmente la estrategia de solución en estas situaciones considera emplear las ecuaciones de Navier Stokes promediadas por Reynolds, mas conocidas como RANS. La metodología consiste en dividir cada propiedad del flujo en variables medias y fluctuantes.
Si se sustituye, en las ecuaciones de Navier Stokes, la velocidad u_i por la suma de la velocidad promedio $\overline{u}_i$ más la parte fluctuante u_i' se obtiene las RANS, que tienen la siguiente forma para el caso bidimensional:

$$\rho\left[\frac{\partial\overline{u}}{\partial t}+\overline{u}\frac{\partial\overline{u}}{\partial x}+\overline{v}\frac{\partial\overline{u}}{\partial y}\right]=-\frac{\partial\overline{p}}{\partial x}+\mu\nabla^2\overline{u}-\rho\left[\frac{\partial\overline{\left(u'\right)^2}}{\partial x}+\frac{\partial\overline{\left(u'v'\right)}}{\partial y}\right] \tag{5.1}$$

$$\rho\left[\frac{\partial\overline{v}}{\partial t}+\overline{u}\frac{\partial\overline{v}}{\partial x}+\overline{v}\frac{\partial\overline{v}}{\partial y}\right]=-\frac{\partial\overline{p}}{\partial y}+\mu\nabla^2\overline{v}-\rho\left[\frac{\partial\overline{\left(v'u'\right)}}{\partial x}+\frac{\partial\overline{\left(v'\right)^2}}{\partial y}\right] \tag{5.2}$$

Los términos $-\rho\overline{u_i'u_j'}$ son físicamente complejos y su efecto es apreciable debido a incrementos de disipación de energia. Estos se conocen como *esfuerzos turbulentos o esfuerzos de Reynolds*. Es practica común modelar los esfuerzos de Reynolds sobre la base de la *hipótesis de Boussinesq*.
La ventaja de esta hipótesis es que se pueden relacionar los términos fluctuantes de la velocidad con los gradientes de velocidad media a través de la siguiente expresión†

$$-\rho\,\overline{u_i'u_j'}=\mu_t\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)-\frac{2}{3}\left(k+\frac{\partial u_i}{\partial x_i}\right)\delta_{ij} \tag{5.3}$$

donde μ_t es una cantidad escalar isotrópica llamada viscosidad turbulenta. La cantidad k es la energía cinética turbulenta y para flujo bidimensional se expresa mediante:

$$k=\frac{1}{2}\left(\overline{u'^2}+\overline{v'^2}\right) \tag{5.4}$$

---

†La ecuación (5.3) está expresada en *notación tensorial o indicial*.
La variable δ_{ij} es conocida como *función delta de Kronecker* y se define como:

$$\delta_{ij}=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$$

La razón por la que las RANS se emplean radica en el bajo costo computacional asociado con el cálculo de μ_t.
Generalmente los diferentes modelos turbulentos disponibles en Fluent se diferencian esencialmente en como modelan la viscosidad turbulenta.
Para situaciones de flujo donde existe separación y gran curvatura de la corriente, Fluent recomienda utilizar el *modelo realizable k-ε*, el que, si bien asume esfuerzos isotrópicos (lo que en rigor es falso), es una practica aceptable si se considera el tiempo de análisis versus la exactitud requerida.
La gama de modelos *k-ε* disponibles correlaciona la viscosidad turbulenta μ_t, con la energía turbulenta *k* y su razón de disipación *ε*, mediante la siguiente ecuación

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{5.5}$$

En particular, para modelo realizable *k-ε*, C_μ es función de la velocidad de deformación.
Para resolver el problema se empleará una formulación temporal de segundo orden, segregada e implícita.
Las ecuaciones que modelan la dinámica de fluidos bidimensional en régimen turbulento son:

Continuidad.

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \tag{5.6}$$

Transporte de momentum en la dirección *x*.

$$\rho\left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right] = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + 2\frac{\partial}{\partial x}\left[(\mu+\mu_t)\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[(\mu+\mu_t)\left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right)\right] - \frac{2}{3}\frac{\partial k}{\partial x} \tag{5.7}$$

Transporte de momentum en la dirección *y*.

$$\rho\left[\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \bar{v}}{\partial y}\right] = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + 2\frac{\partial}{\partial y}\left[(\mu+\mu_t)\frac{\partial \bar{v}}{\partial y}\right] + \frac{\partial}{\partial x}\left[(\mu+\mu_t)\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x}\right)\right] - \frac{2}{3}\frac{\partial k}{\partial y} \tag{5.8}$$

Transporte de *k*.

$$\rho\left[\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial k}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial k}{\partial y}\right] = \frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial y}\right] + \rho(G_k - \varepsilon) \tag{5.9}$$

Transporte de *ε*.

$$\rho\left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}\right] = \frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}\right] + \rho\left(C_1 S\varepsilon - C_2\frac{\varepsilon^2}{k+\sqrt{\upsilon\varepsilon}}\right) \tag{5.10}$$

En estas ecuaciones G_k representa la generación de energía cinética turbulenta debido a los gradientes de velocidad media. C_1 y C_2 son constantes. σ_k y σ_ε son los números turbulentos de Prandtl para *k* y *ε*, respectivamente.

5.2. CONDICIONES INICIALES.

Cuando se utilizan modelos turbulentos la elección de condiciones iniciales adecuadas es de vital importancia al momento de inicializar la solución, sin embargo es aceptable utilizar las condiciones de entrada como estimación inicial de la solución.

5.3. CONDICIONES DE BORDE.

La velocidad promedio de la corriente libre, basado en un Reynolds de 2.7×10^5, se considerará como 31.55 (m/s) siguiendo las consideraciones de la sección 4.3.
Además de la velocidad media, es necesario especificar los valores de k y ε en la entrada.
En un problema de tipo práctico los parámetros k y ε pueden parecer poco familiares o bien, difíciles de estimar. Por esto Fluent permite el ingreso de estos datos a través de la razón de viscosidad μ_t/μ, y de la intensidad de turbulencia I, definida por:

$$I = \frac{\overline{|u'|}}{\bar{u}} \cdot 100 \qquad (5.11)$$

Estas variables se relacionan con k y ε mediante las siguientes ecuaciones

$$k = \frac{3}{2}\left(I \cdot \bar{u}\right)^2 \qquad (5.12)$$

$$\varepsilon = \rho C_\mu \frac{k^2}{\mu}\left(\frac{\mu_t}{\mu}\right)^{-1} \qquad (5.13)$$

donde $C_\mu \approx 0.09$

Existe cierta incertidumbre sobre los valores de I y μ_t/μ ya que no están especificados en el ensayo experimental.
Si bien, se registró una intensidad de turbulencia en la cercanía del perfil del orden del 0.6%, este dato no da información sobre la situación en la entrada, no obstante se utilizará el mismo valor en la entrada.
Por otra parte, para la simulación de flujos externos, un valor igual a 10 es típico[†] para la razón de viscosidad μ_t/μ.

Los flujos turbulentos son significativamente perturbados por la presencia de fronteras. El campo de velocidad media es especialmente afectado por la condición de *no-deslizamiento* impuesto en la pared, lo que requiere un análisis más detallado de esta región.

[†]Para flujos externos $1 < \mu_t/\mu < 10$. *Fluent 6.0 Documentation.*

Tratamiento de pared.

Para simular correctamente el fenómeno de separación es necesario conocer detalladamente la física del flujo en la cercanía de la pared. Enseguida se describe la estrategia para tratar el flujo en la vecindad de la pared.
La complejidad de la situación se concentra en la capa límite turbulenta. Esta se puede subdividir en tres regiones en función del tipo de esfuerzo dominante. La primera región, en contacto directo con la superficie de la pared, se conoce como *subcapa viscosa o laminar* y se caracteriza por estar altamente influenciada por la viscosidad molecular. Luego de la subcapa viscosa el efecto de la turbulencia se hace evidente. Esta región se conoce como *zona de amortiguación*. Finalmente existe una zona completamente afectada por la turbulencia denomina *zona turbulenta*. La *figura 5.1* ilustra el perfil de velocidad media.

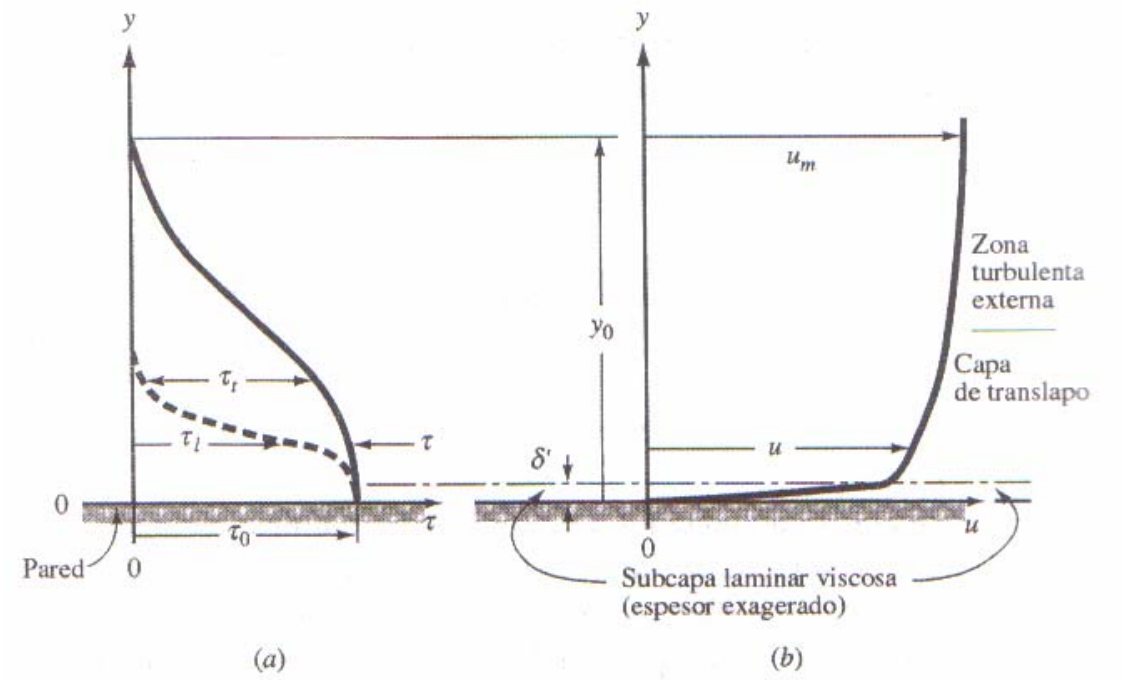


Figura 5.1. (a) Esquema de distribución de esfuerzo cortante y (b) velocidad cerca de la pared en flujo turbulento.

En la teoría de flujo turbulento placas planas se asume una ley de tipo lineal para modelar la subcapa viscosa y una ley logarítmica para la zona afectada por la turbulencia. Es común expresar las funciones de pared en su forma adimensional en función de y^+, que se define como:

$$y^+ = \frac{\rho u_\tau y}{\mu} \tag{5.14}$$

donde,

u_τ : velocidad de esfuerzo cortante $\left(= \sqrt{\tau_0 / \rho} \right)$

En la *figura 5.2* se pueden apreciar las zonas anteriormente descritas separadas para un valor de y^+.

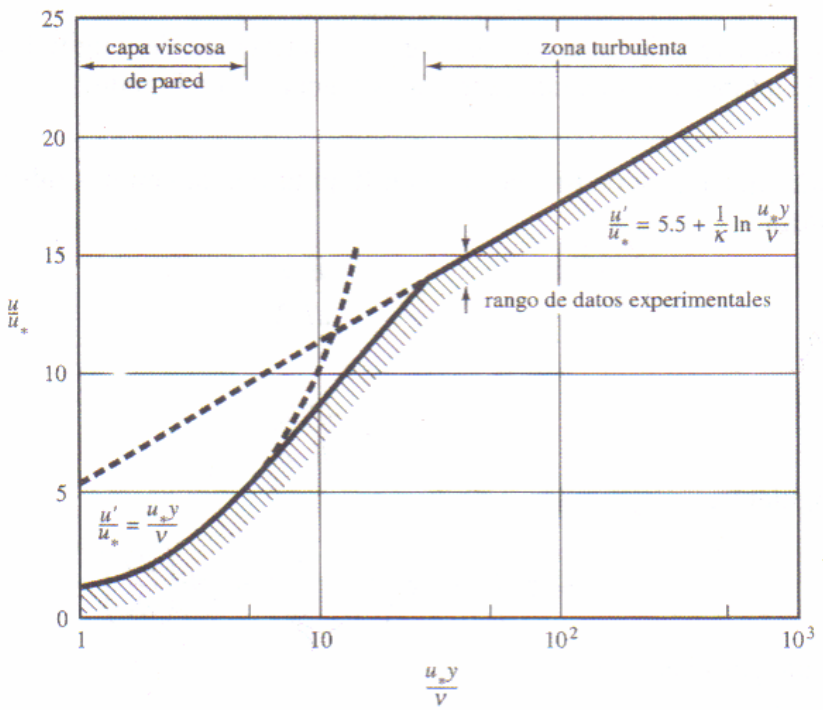


Figura 5.2. Perfil de velocidad para flujo turbulento en tuberías lisas con un número de Reynolds elevado.

Para calcular la capa límite Fluent se rige por las siguientes ecuaciones para tratar la pared

$$u^* = \frac{1}{\kappa}\ln\left(Ey^*\right) \tag{5.14}$$

$$u^* = \frac{U_P C_\mu^{1/4} k_P^{1/2}}{\tau_0 / \rho} \tag{5.15}$$

$$y^* = \frac{\rho C_\mu^{1/4} k_P^{1/2} y_P}{\mu} \tag{5.16}$$

donde,

κ : constante de Von Kármán (=0.42)
E : constante empírica (=9.81)
U_P : velocidad media del fluido en un punto P.
k_P : energía cinética turbulenta en un punto P.
y_P : distancia desde un punto P a la pared.
μ : viscosidad dinámica del fluido.

Sin embargo, en condiciones de equilibrio $y^* \approx y^+$

Tratamiento reforzado en la pared.

Para predecir la separación de la capa límite, con un grado de exactitud aceptable, es necesario utilizar algún tipo de formulación que represente correctamente las tres regiones de la capa límite y que además sea sensible a los efectos de gradientes de presión.
El *tratamiento reforzado en la cercanía de la pared*, disponible en Fluent para el modelo *k-ε*, cumple con los requisitos mencionados anteriormente, pero por otro lado, exige una refinación de malla tal que $y^+ \approx 1$ para considerar la subcapa viscosa[†]. Otro parámetro útil a considerar es el *número de Reynolds turbulento* Re_y, definido como

$$\mathrm{Re}_y = \frac{\rho y \sqrt{k}}{\mu} \tag{5.17}$$

donde *y* es la distancia normal a la pared hasta el centro de la celda adyacente.
La condición necesaria y suficiente para modelar la capa límite correctamente es $Re_y^* > Re_y$, donde Re_y^* es el número de Reynolds crítico y toma un valor cercano a 200.
Para asegurar que $y^+ < 5$ y $Re_y < 200$, Fluent permite monitorear el valor de estas variables a lo largo de la superficie de interés,
Aunque las fronteras que definen el perfil aerodinámico exigen un tratamiento especial, las paredes superior e inferior del dominio no necesitan tal rigurosidad dado que no influyen significativamente en el comportamiento global del flujo. Para estas fronteras es razonable imponer la *condición de deslizamiento*.

5.4. DISCRETIZACIÓN.

La interpolación de segundo orden será impuesta a todas las ecuaciones. Para el acoplamiento presión-velocidad se utilizará el algoritmo PISO.

Tabla 5.1. Discretización

Ecuación	*Esquema*
Presión	Segundo Orden
Acoplamiento presión-velocidad	Piso
Momentum	Segundo orden
Energía cinética turbulenta	Segundo orden
Razón de disipación	Segundo orden

[†]Un valor $y^+ \leq 5$ es aceptable lo cual implica que para el caso en estudio la ubicación del primer punto de grilla (aplicando las formulaciones para placas planas) es del orden de

$$y_1 \approx 250\frac{\nu}{u_\tau} = 250\frac{\nu}{U_\infty\sqrt{\bar{C}_f/2}} \approx 250\frac{\nu}{U_\infty\sqrt{0.0359\,\mathrm{Re}_L^{-0.2}}} = \frac{250\cdot 1.79e-05}{31.55\sqrt{0.0359\cdot(2.7e+05)^{-0.2}}} = 2.61e-03\,(m).$$

5.5. FACTORES DE RELAJACIÓN.

Los valores por defecto sugeridos en Fluent son aceptables, no obstante, en las primeras iteraciones es necesario utilizar valores menores para ayudar a la convergencia.

Tabla 5.2. Factores de relajación

Variable	*Factores de relajación**	*Factores de relajación*
Presión	0.2	0.3
Densidad	1	1
Fuerzas de cuerpo	1	1
Momentum	0.5	0.7
Energía cinética turbulenta	0.5	0.8
Razón de disipación	0.5	0.8
Viscosidad turbulenta	1	1

**Para las primeras 10^4 iteraciones.*

5.6. CRITERIO DE CONVERGENCIA.

Cuando la solución alcanza la condición periódica, el residuo es siempre menor que 10^{-3} para un paso de tiempo igual a 10^{-6}.

Tabla 5.3. Criterio de convergencia.

Ecuación	*Criterio de convergencia*
Continuidad	10^{-3}
Momentum en x	10^{-4}
Momentum en y	10^{-4}
Energía cinética turbulenta	10^{-4}
Razón de disipación	10^{-3}

5.7. PARÁMETROS DE ITERACIÓN.

En el inicio de la solución el paso de tiempo necesario para lograr la convergencia puede ser incluso del orden de 10^{-15}s con aproximadamente 10^3 iteraciones por Δt. Es posible incrementar el paso de tiempo cada $5x10^2$ iteraciones hasta 10^{-8}s. En aproximadamente 10^4 iteraciones es admisible un Δt=10^{-6}s como máximo.

5.8. RESULTADOS.

El modelo realizable k-ε se adapta bien al comportamiento de los datos experimentales, pero el error en la magnitud de los coeficientes es apreciable. Al parecer la zona de transición debe considerarse hasta los 30º donde el modelo alcanza otro mínimo.

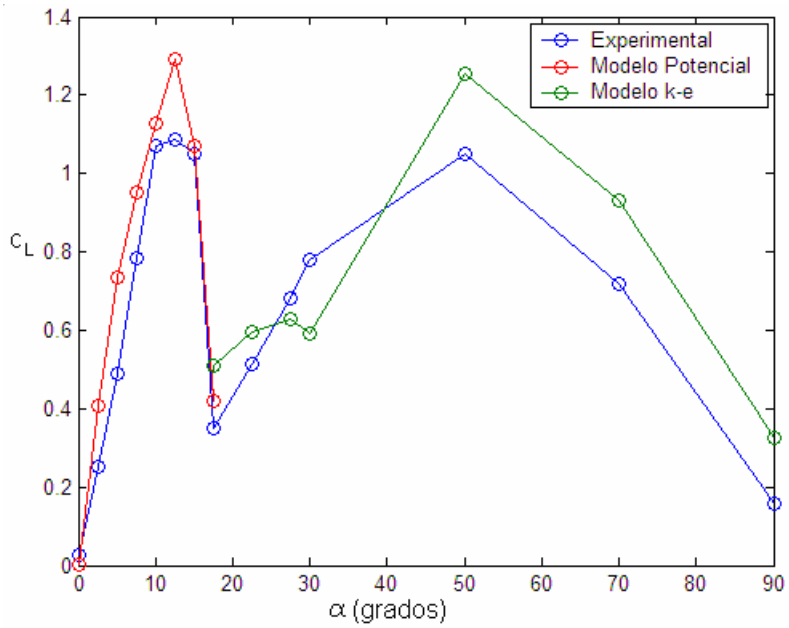


*Figura 5.3.*Coeficiente seccional de sustentación c_L versus ángulo de ataque α.

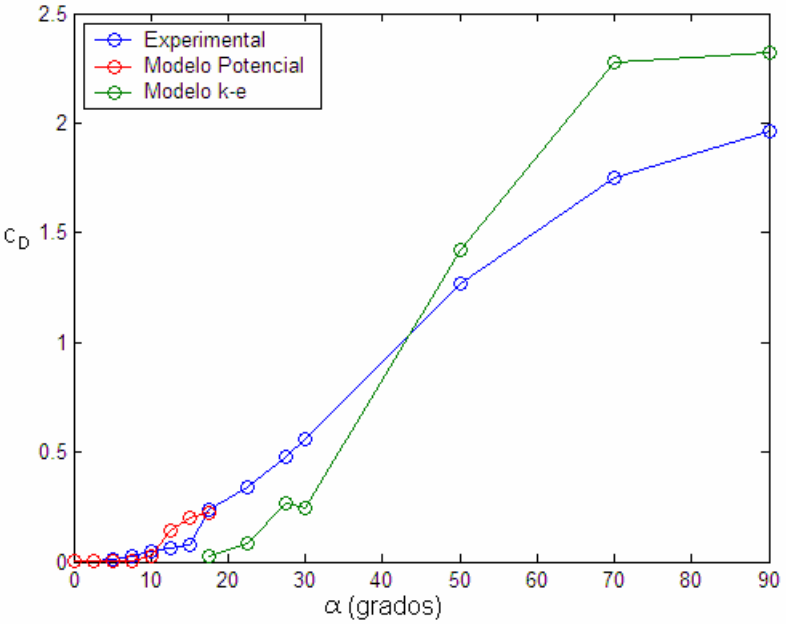
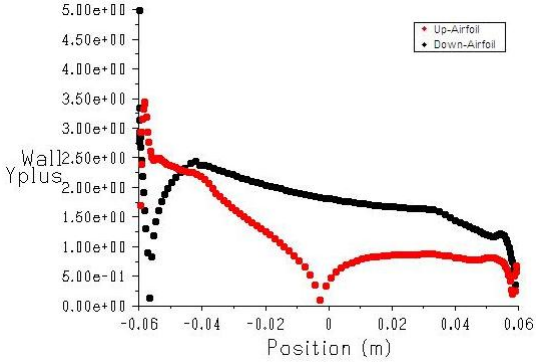
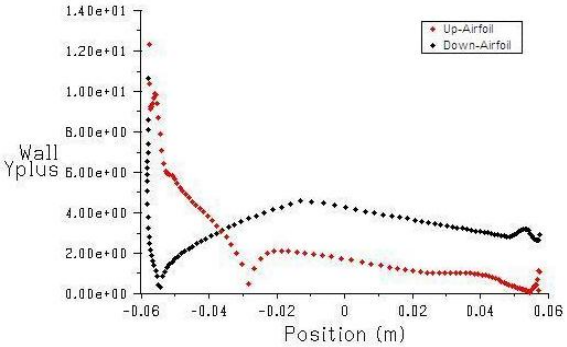


*Figura 5.4.*Coeficiente seccional de arrastre c_D versus ángulo de ataque α.

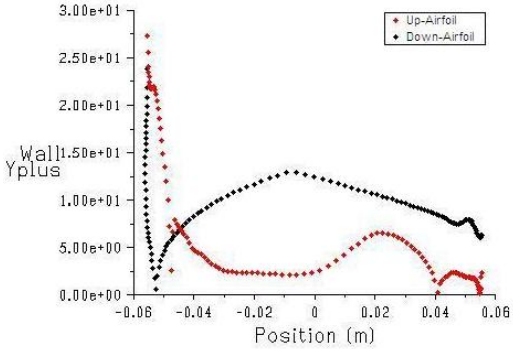
Las siguientes graficas indican como varía la cantidad y^+ a lo largo de la coordenada x en las superficies superior e inferior del perfil para así verificar si se está considerando la subcapa viscosa según las condiciones mencionadas en párrafos anteriores.



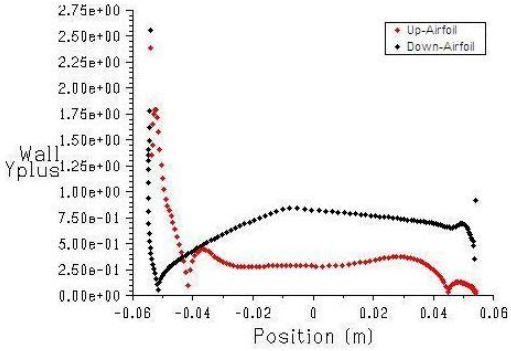
α=22.5º



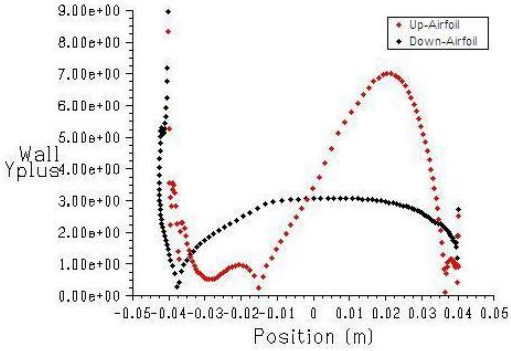
α=27.5º



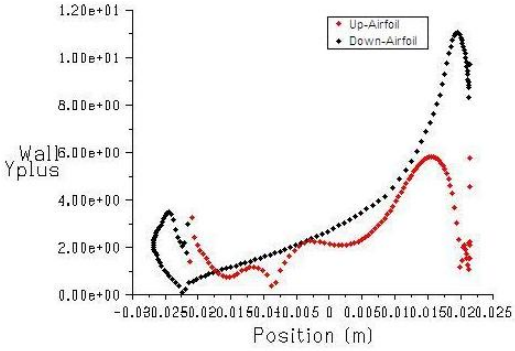
α=30.0º



α=50.0º



α=70.0º

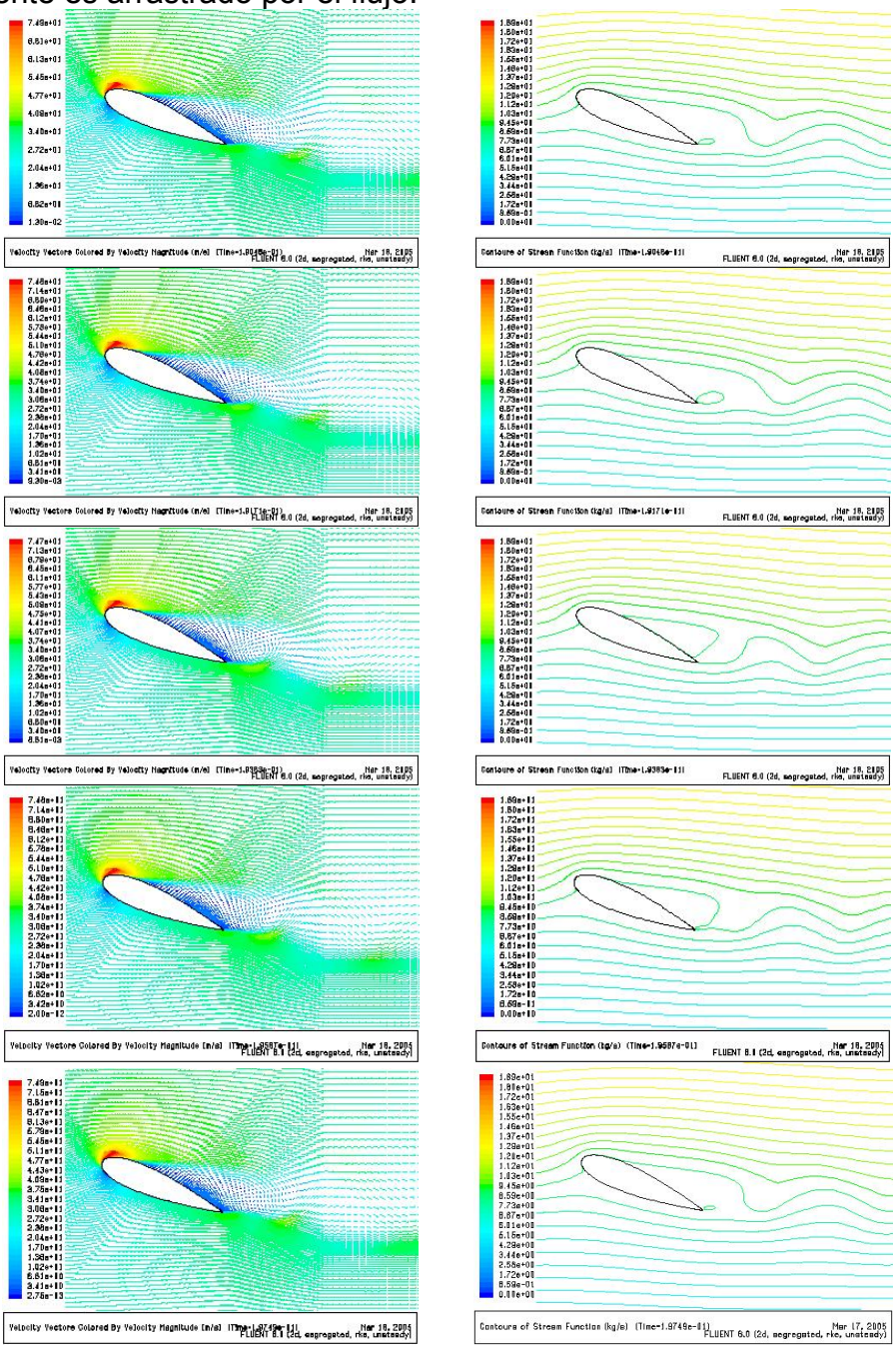


α=90.0º

Figura 5.5. Variación de y^+ en las superficies superior e inferior del perfil aerodinámico.

Sección NACA 0021, α = 22.5º

La región separada abarca toda la superficie superior del perfil produciendo una gran estela, lo que a su vez es la causa principal del arrastre. Las líneas de corriente en el borde de salida muestran como se produce un vórtice que rápidamente es arrastrado por el flujo.



(a) *(b)*

Figura 5.6. (a) Vectores de velocidad y (b) Líneas de corriente en intervalos de 0.005s

En 22.5º es visible el patrón de flujo conocido como estela de vórtices de Von Kármán caracterizado por el desprendimiento alternado de vórtices. En el momento en que se escapa un remolino, ver *figura 5.8,* existe una alta turbulencia que se disipa corriente abajo.

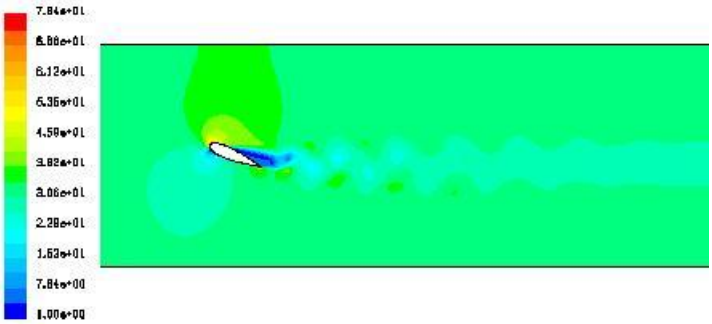


Figura 5.7. Contorno de velocidad.

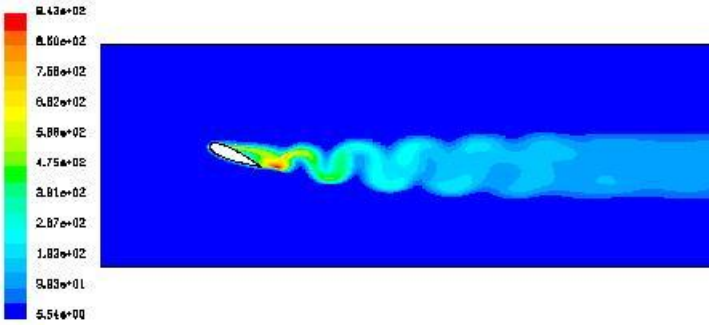


Figura 5.8. Intensidad de la turbulencia.

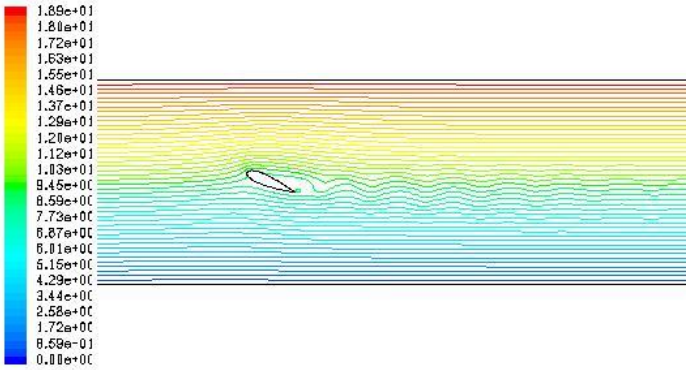
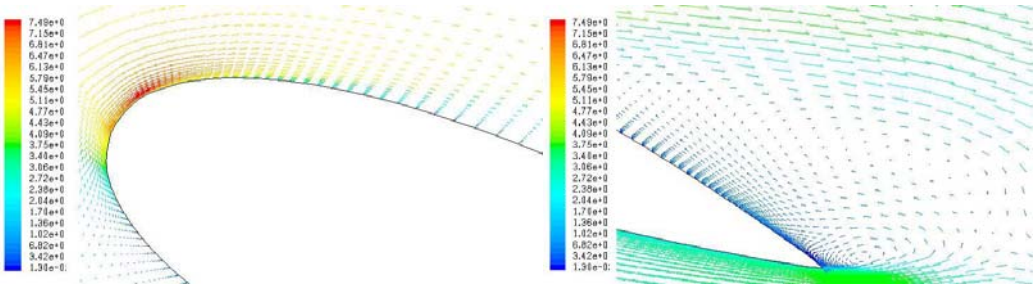


Figura 5.9. Líneas de corriente.

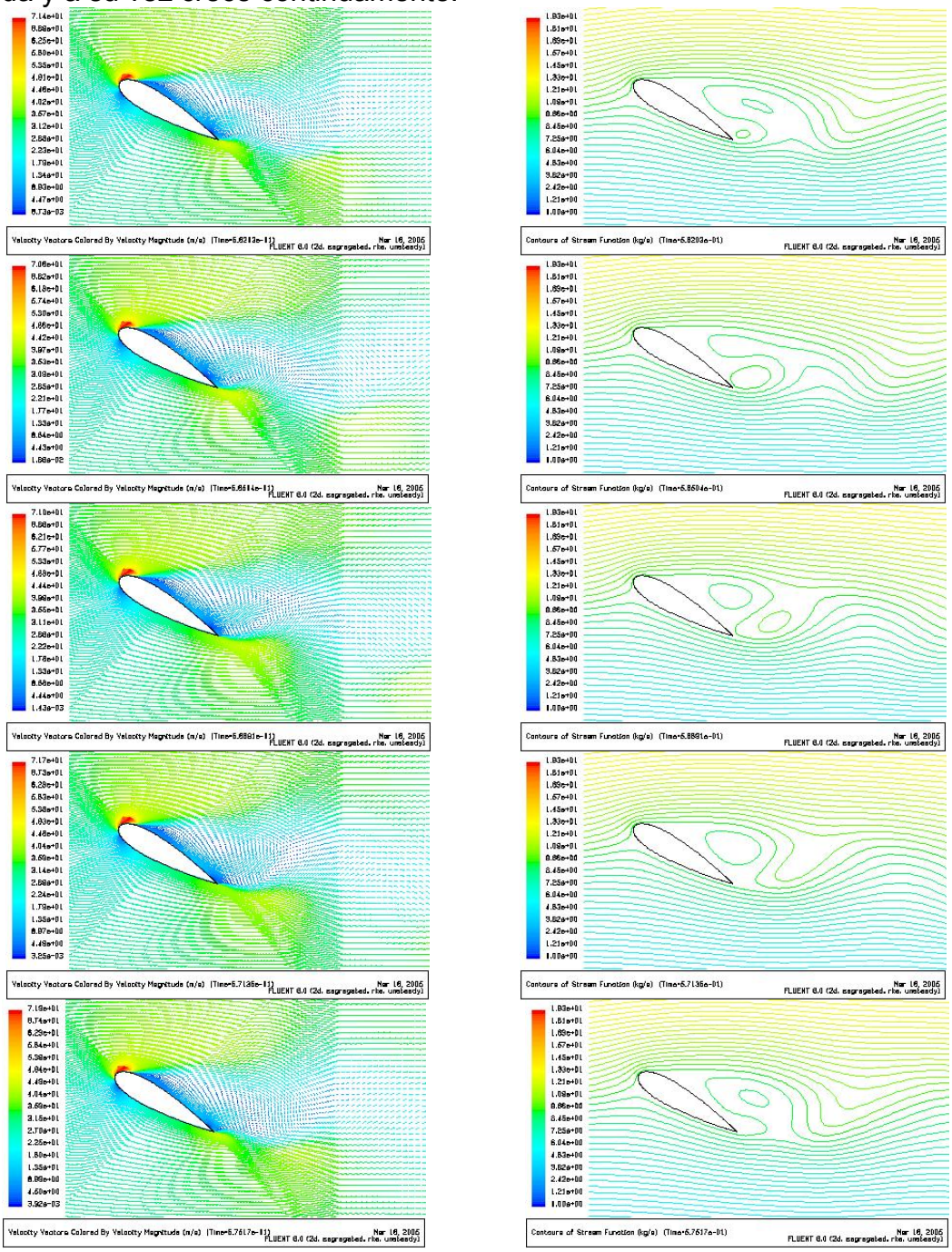


(a) *(b)*

Figura5.10. Vectores de velocidad (a) Borde de ataque
(b) Borde de salida.

Sección NACA 0021, α = 30º

La siguiente secuencia muestra como se genera un vórtice en el borde de salida y a su vez crece continuamente.



(a) *(b)*

Figura 5.11. (a) Vectores de velocidad y (b) Líneas de corriente en intervalos de 0.005s

A los 30º también se visualiza una forma ondulatoria de la estela, pero ha aumentado la distancia entre vórtices.

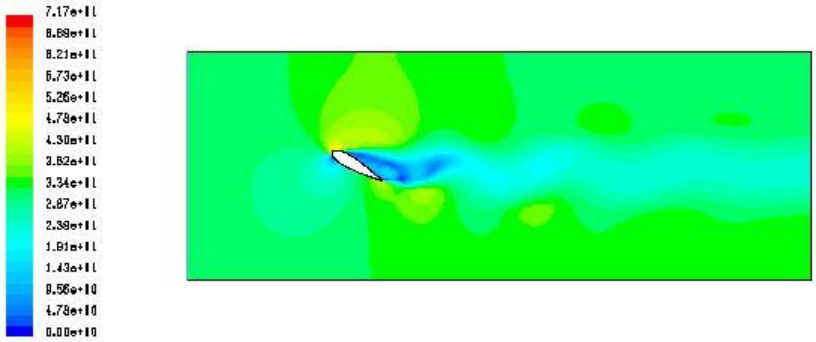


Figura 5.12. Contorno de velocidad.

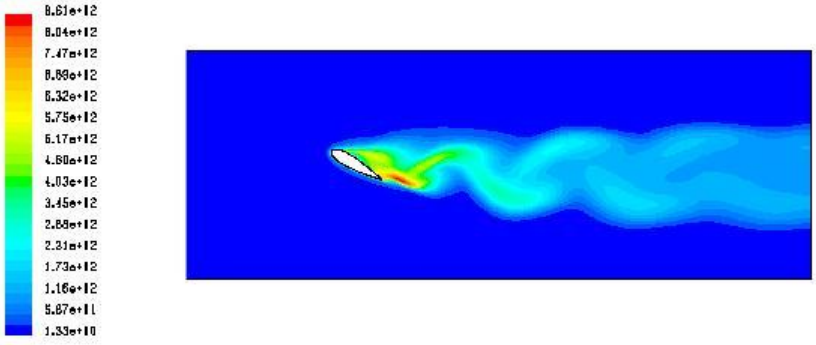


Figura 5.13. Intensidad de la turbulencia.

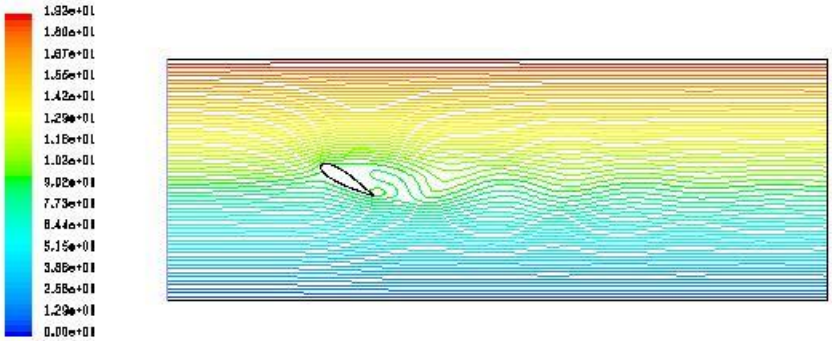
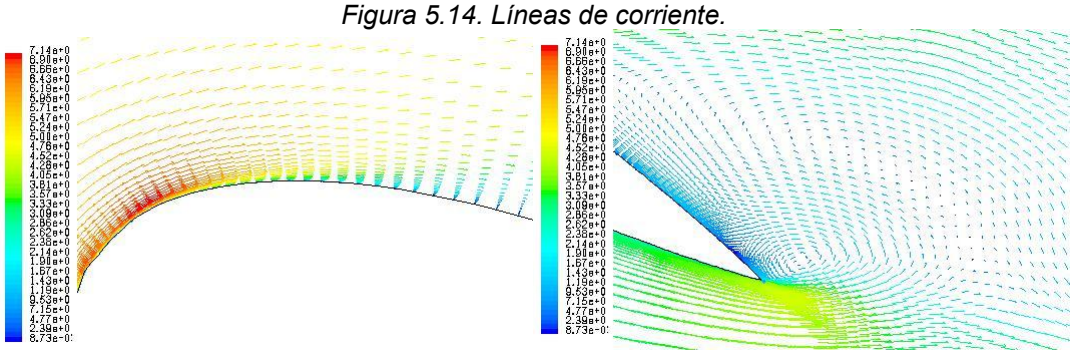


Figura 5.14. Líneas de corriente.

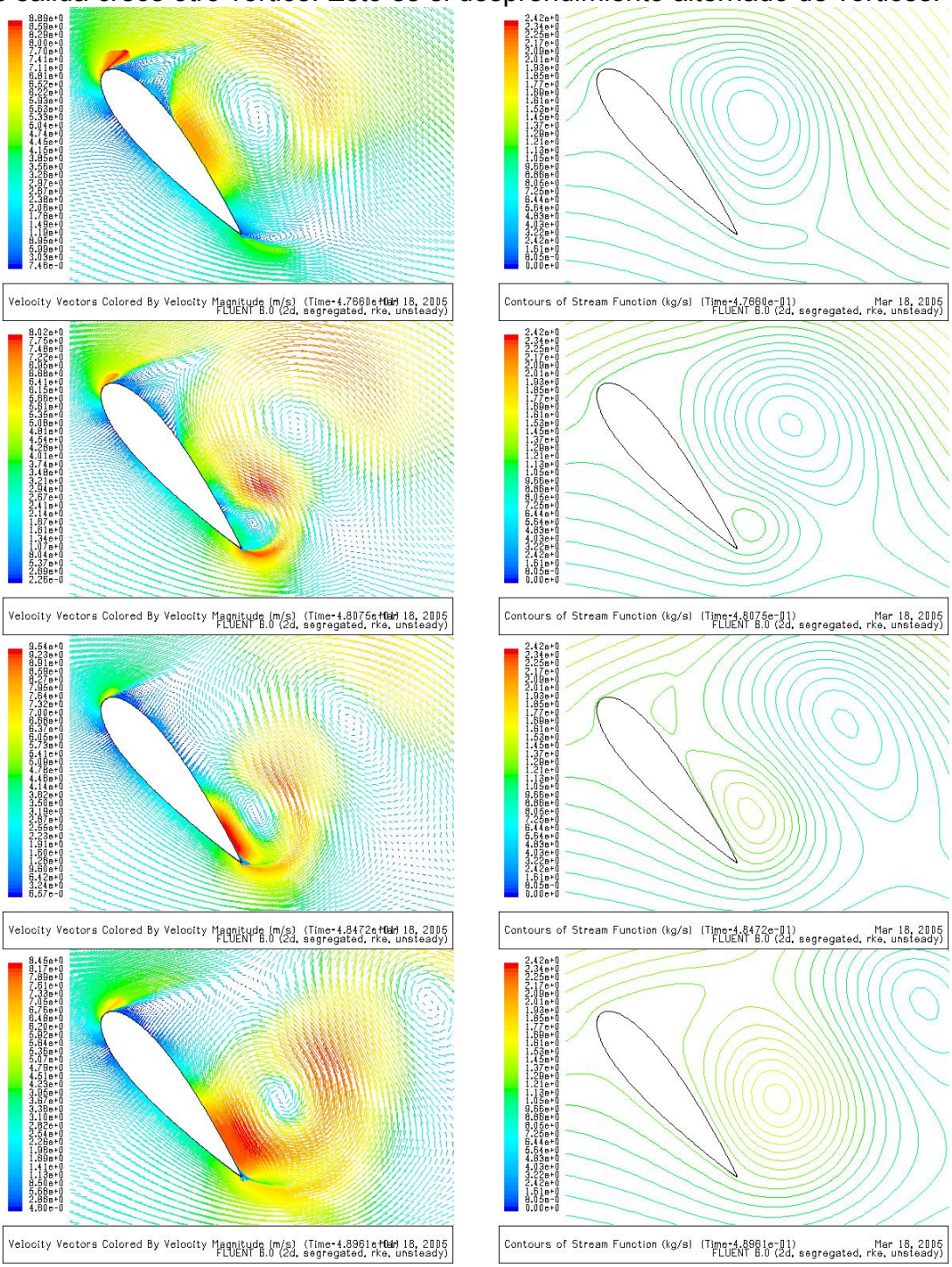


(a) *(b)*

Figura5.15. Vectores de velocidad (a) Borde de ataque
(b) Borde de salida.

Sección NACA 0021, α = 50º

En esta secuencia se observa se escapa un vórtice superior y luego en el borde de salida crece otro vórtice. Esto es el desprendimiento alternado de vórtices.



(a) *(b)*

Figura 5.16. (a) Vectores de velocidad y (b) Líneas de corriente en intervalos de 0.005s

Aunque las líneas de corriente sugieren que existe un patrón ordenado, los contornos de velocidad se ven cada vez menos regulares. Se puede apreciar en la *figura 5.18* la alta generación de turbulencia vinculada con este alto ángulo de ataque.

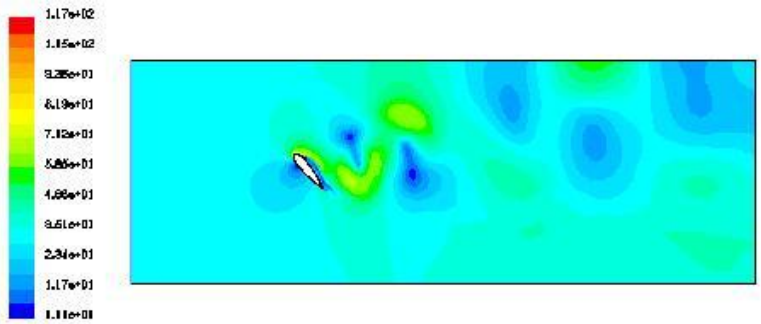


Figura 5.17. Contorno de velocidad.

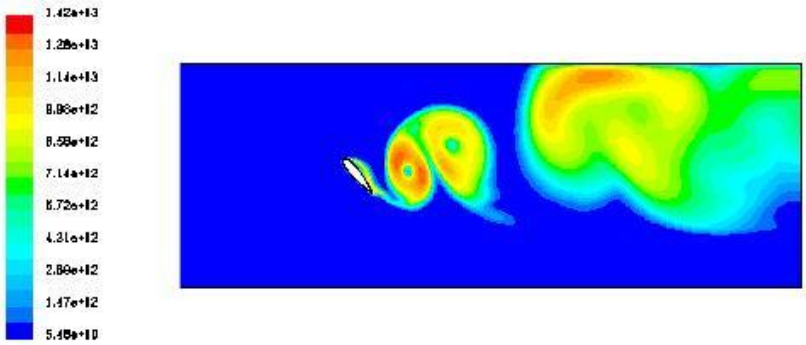


Figura 5.18. Intensidad de la turbulencia.

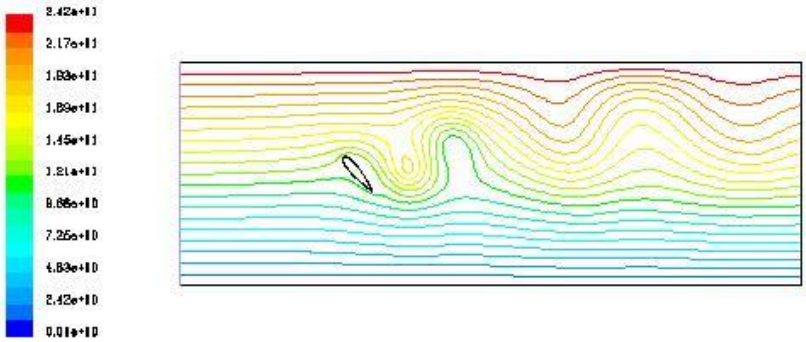
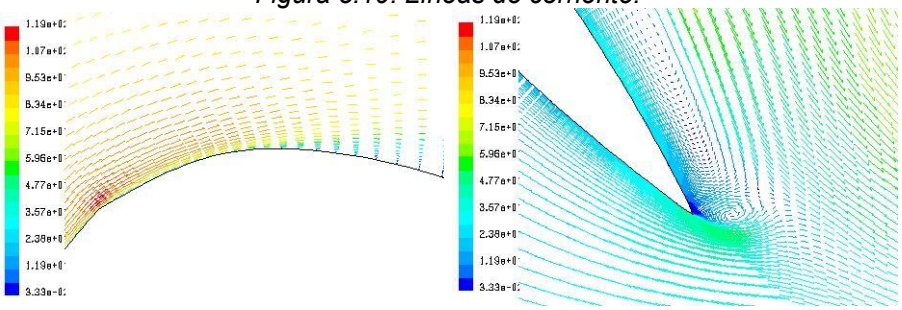


Figura 5.19. Líneas de corriente.

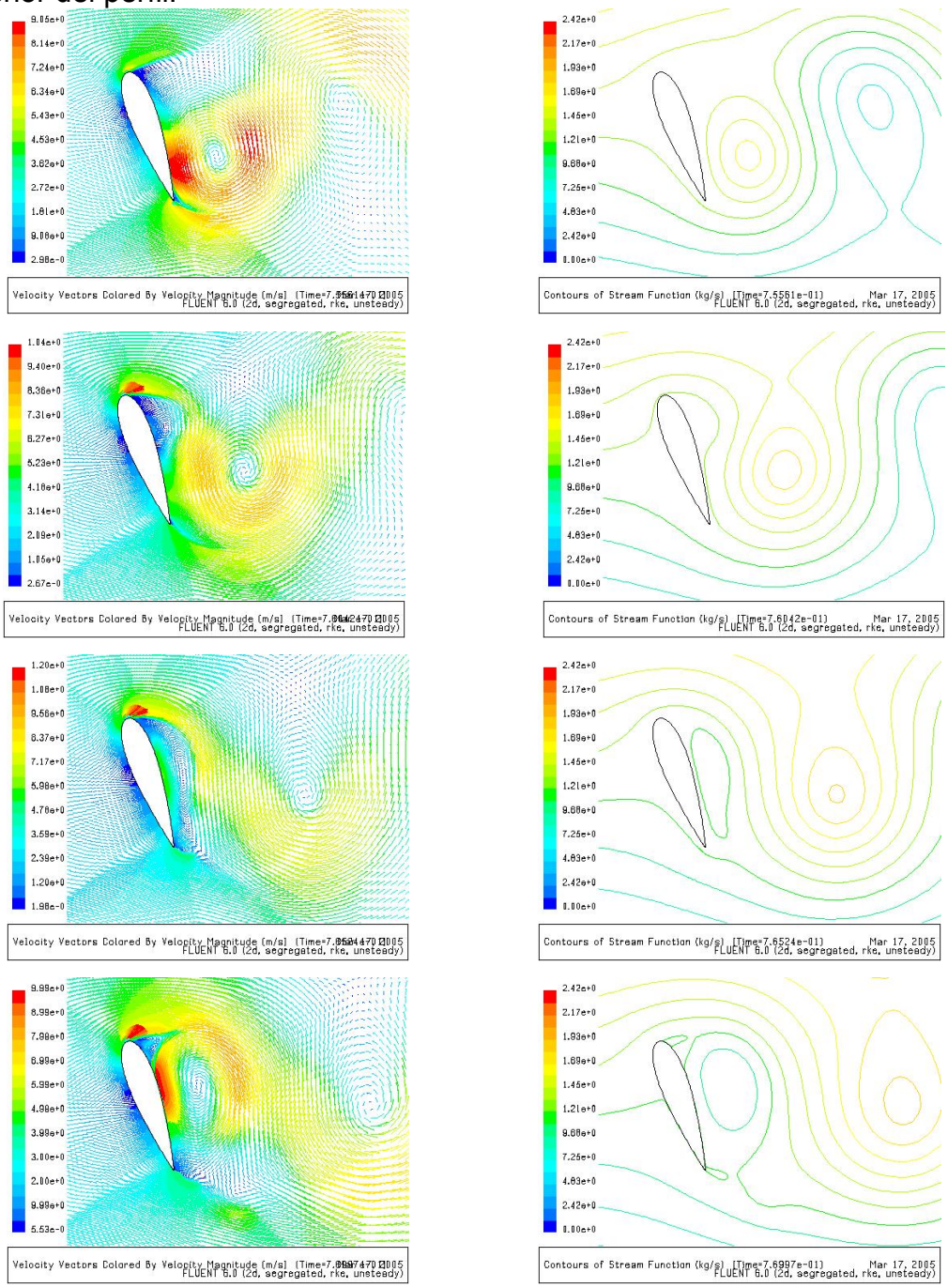


(a) *(b)*

Figura5.20. Vectores de velocidad (a) Borde de ataque
(b) Borde de salida.

Sección NACA 0021, α = 70º

La separación es inestable y los vórtices alcanzan altas velocidades en su periferia. La tercera figura muestra como se genera un vórtice en la superficie superior del perfil.



(a) *(b)*

Figura 5.21. (a) Vectores de velocidad y (b) Líneas de corriente en intervalos de 0.005s

A los 70º la intensidad de la turbulencia aumenta y las líneas de corriente aún son ondulatorias.

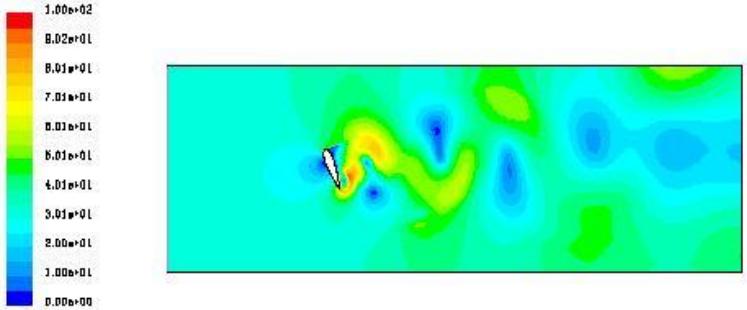


Figura 5.22. Contorno de velocidad.

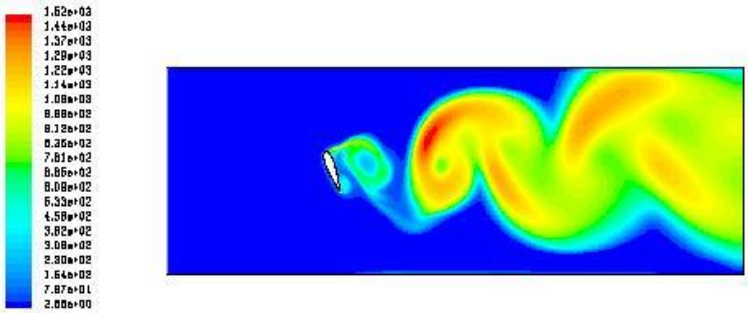


Figura 5.23. Intensidad de la turbulencia.

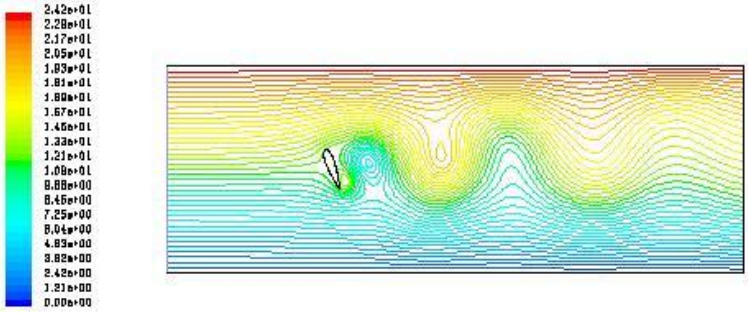
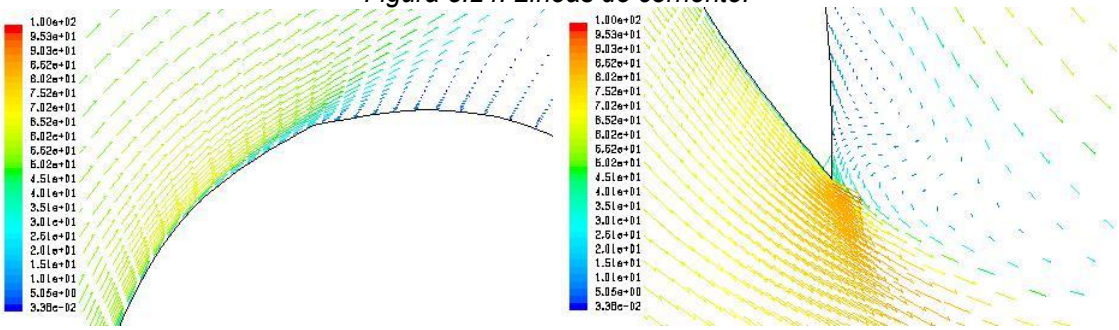


Figura 5.24. Líneas de corriente.

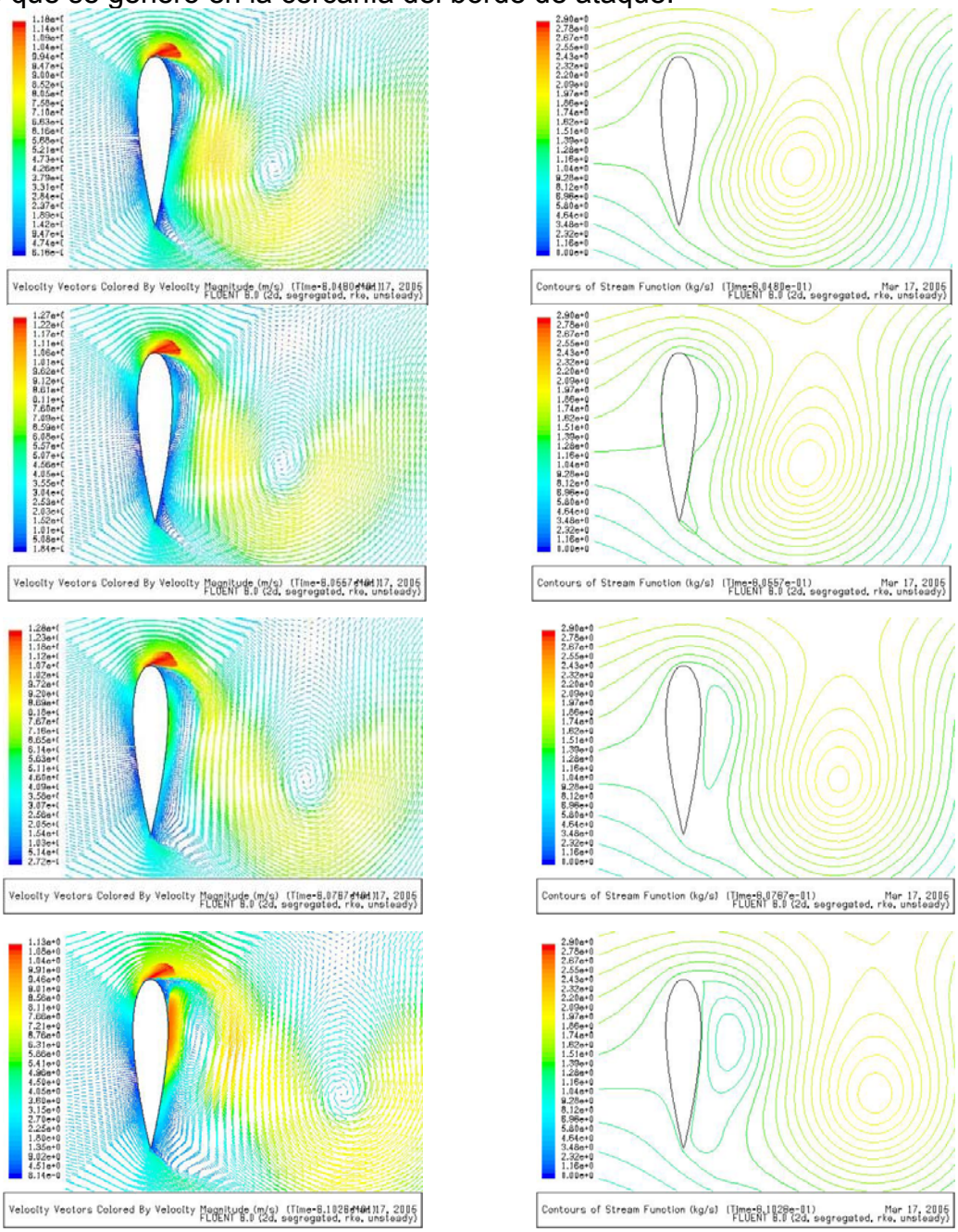


(a) *(b)*

Figura5.25. Vectores de velocidad (a) Borde de ataque (b) Borde de salida.

Sección NACA 0021, α = 90º

El gran remolino de la figura se desprende corriente abajo y en su lugar crece otro que se generó en la cercanía del borde de ataque.



(a) *(b)*

Figura 5.26. (a) Vectores de velocidad y (b) Líneas de corriente en intervalos de 0.0025s

La intensidad de la corriente no se disipa rápidamente como en las situaciones anteriores y abarca gran parte del dominio.

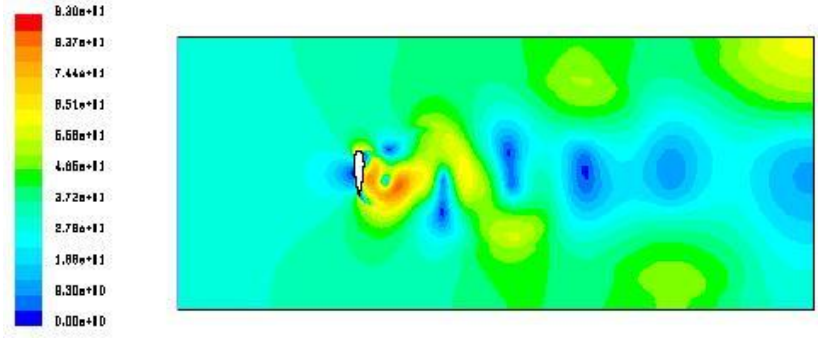


Figura 5.27. Contorno de velocidad.

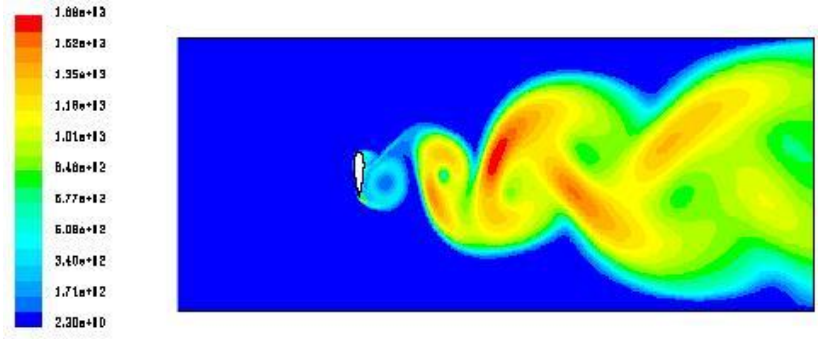


Figura 5.28. Intensidad de la turbulencia.

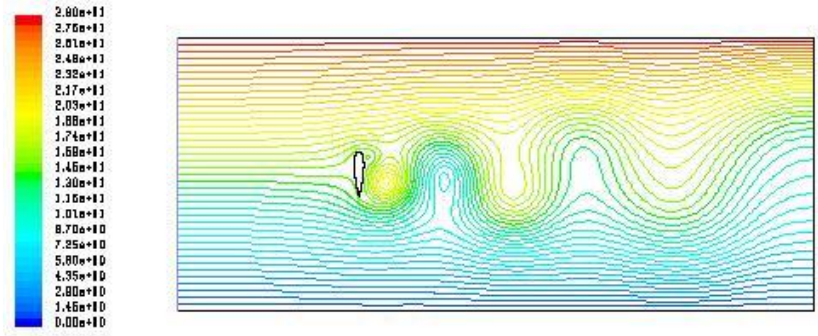
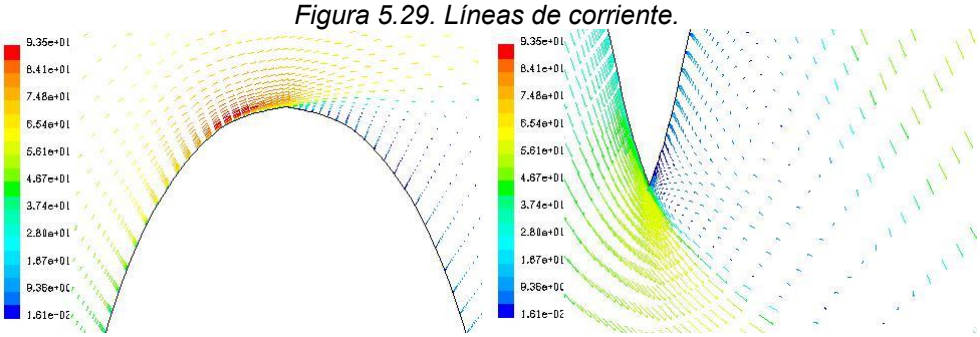


Figura 5.29. Líneas de corriente.



(a) *(b)*

Figura5.30. Vectores de velocidad (a) Borde de ataque (b) Borde de salida.

ANÁLISIS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

6.1. ANÁLISIS ESPECTRAL.

Si bien la visualización del comportamiento del campo de velocidad a través de una sección de ala es un tipo de información primordialmente de naturaleza cualitativa, el análisis del contenido de frecuencia es un método más fino en términos cuantitativos. La determinación de las componentes armónicas relevantes en fuerzas sobre perfiles está directamente vinculada con la forma en que el campo de flujo interactúa con la frontera.
En este análisis se considerará que la traslación y rotación del perfil debidas a la acción de la fluctuación de la fuerza sobre el perfil es despreciable y, por lo tanto, estos pequeños desplazamientos no afectarán significativamente el campo de flujo.
A continuación se tratan brevemente algunas definiciones referidas al análisis espectral.

6.2. SERIES DE FOURIER.

Si *f(t)* es una señal periódica de período *T*, esta puede ser representada por la serie trigonométrica

$$f(t) = \frac{1}{2}a_0 + a_1\cos\left(2\pi f\right)_0 t + a_2\cos 2\left(2\pi f\right)_0 t + \ldots + b_1\sin\left(2\pi f\right)_0 t + b_2\sin 2\left(2\pi f\right)_0 t + \ldots$$

$$= \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n\cos n\left(2\pi f\right)_0 t + b_n\sin n\left(2\pi f\right)_0 t\right] \qquad (6.1)$$

donde $f_0 = T/2\pi$, $a_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cos\left(n(2\pi f_0)t\right)dt$ y $b_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\sin\left(n(2\pi f_0)t\right)dt$

Una serie como la representada por la ecuación (6.1) se llama serie *trigonométrica de Fourier*. La componente de frecuencia $f = nf_0$ se denomina enésima armónica de la función periódica. La representación de una función periódica como una serie de Fourier implica que la especificación de sus coeficientes determina unívocamente la función.
Para obtener el espectro de frecuencia es conveniente utilizar la forma compleja de Fourier

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn2\pi f_0 t} \qquad (6.2)$$

donde

$$c_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)e^{-jn2\pi f_0 t}dt$$

La gráfica de la magnitud de los coeficientes complejos, $|c_n|$, versus la frecuencia *f* se denomina *espectro de frecuencia de amplitud* de la función periódica *f(t)*.

6.3. TRANSFORMADA DE FOURIER

La transformada de Fourier $F(\omega) = \Im[f(t)]$ de una función *f(t)* se define por

$$F(\omega) = \Im[f(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j2\pi ft}dt \qquad (6.3)$$

Lo anterior implica que cualquier función dada tiene dos modos equivalentes de representación: uno en el dominio del tiempo, *f(t)*, y el otro en el dominio de la frecuencia, $F(\omega)$.

6.4. ENERGÍA ESPECTRAL Y DENSIDAD ESPECTRAL DE ENERGÍA.

Es común en señales que exhiben un comportamiento aleatorio (como un régimen turbulento) representar las funciones en términos del valor cuadrático medio. Este valor se relaciona con los coeficientes de Fourier, c_n, mediante la siguiente expresión

$$\overline{x^2} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} c_n c_n^* \qquad (6.4)$$

donde c_n^* es el conjugado complejo de c_n.

Primero definiremos la contribución de la media cuadrática en el intervalo de frecuencias Δf como la energía espectral $G(f_n)$:

$$G(f_n) = \frac{1}{2} c_n c_n^* \qquad (6.5)$$

luego el valor para la media cuadrática es

$$\overline{x^2} = \sum_{n=1}^{\infty} G(f_n) \qquad (6.6)$$

Ahora se define la densidad espectral de energía $S(f_n)$ como la energía espectral dividida por el intervalo de frecuencia Δf:

$$S(f_n) = \frac{G(f_n)}{\Delta f} = \frac{c_n c_n^*}{2\Delta f} \qquad (6.7)$$

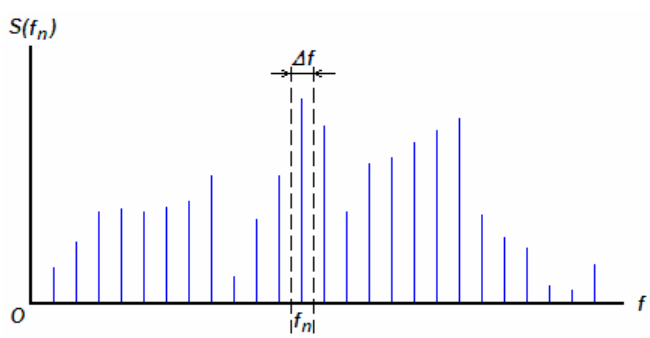


Figura 6.1. Espectro de energía.

La energía espectral y la densidad espectral de energía comúnmente se abrevian como PS y PSD, respectivamente.
La representación en el dominio de la frecuencia a través de la PSD relaciona la energía contenida en cada uno de las componentes de frecuencia.
Si se aplica la transformada de Fourier a la función *f(t)*, la PSD viene dada por $|F(\omega)|^2$.

6.5. PROCESAMIENTO DE LA SEÑAL.

Los valores de las fuerzas de sustentación y arrastre son registrados cada 10^{-6}s en una base de datos. Utilizando MATLAB, la señal puede ser procesada aplicando la *Transformada Rápida de Fourier*, FFT, a los datos registrados. La FFT es una rutina que calcula la transformada de Fourier en forma numérica.
Para cada simulación se registraron 2^{18} muestras[†] durante 0.3s en 10^6 Hz.

[†]La FFT es más eficiente si la cantidad de datos es igual a alguna potencia de dos, es decir 2^n.

6.6. RESULTADOS.

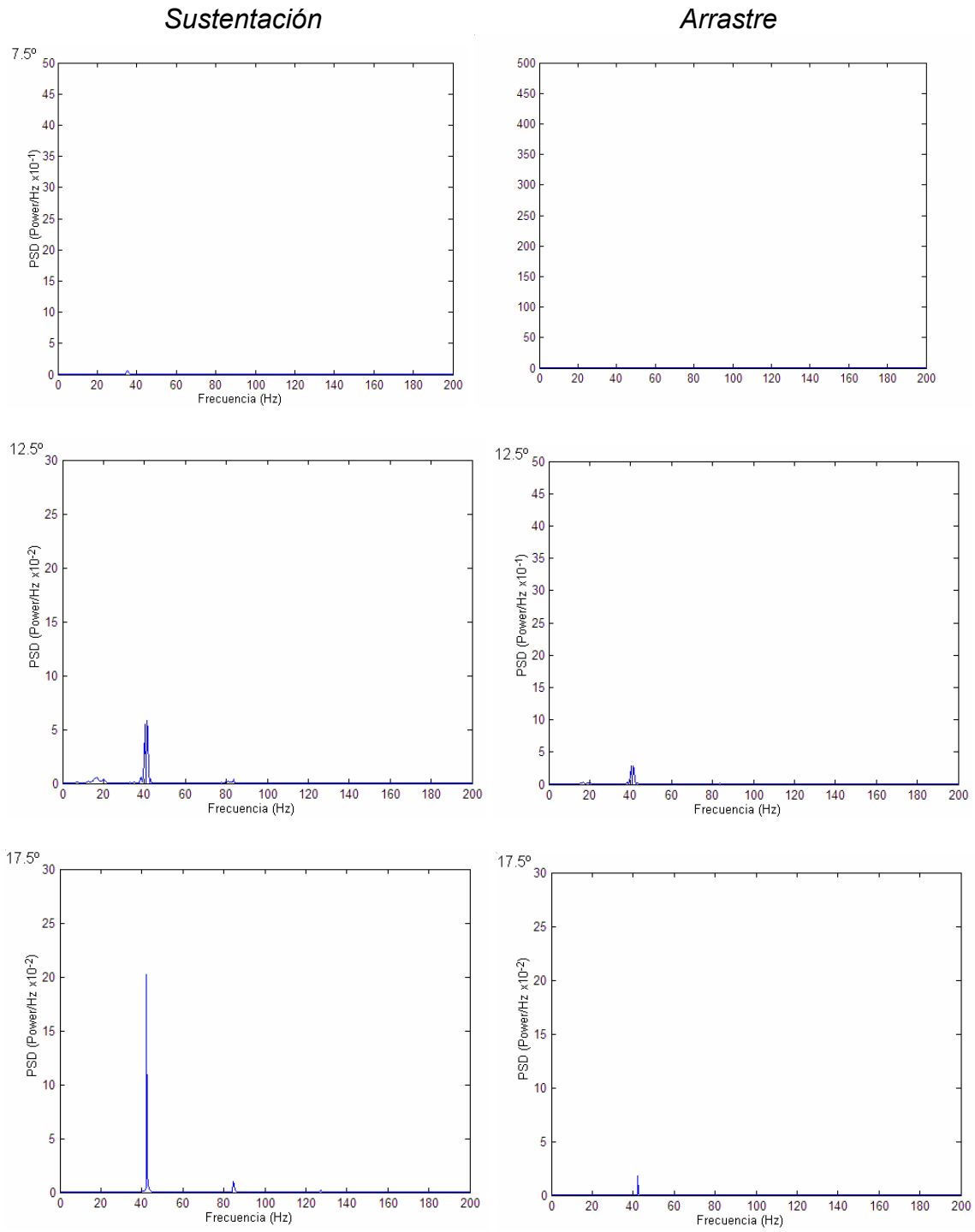


Figura 6.2. Densidad espectral de energía (PSD) de las fuerzas de sustentación y arrastre en pequeños ángulos de ataque.

Sustentación

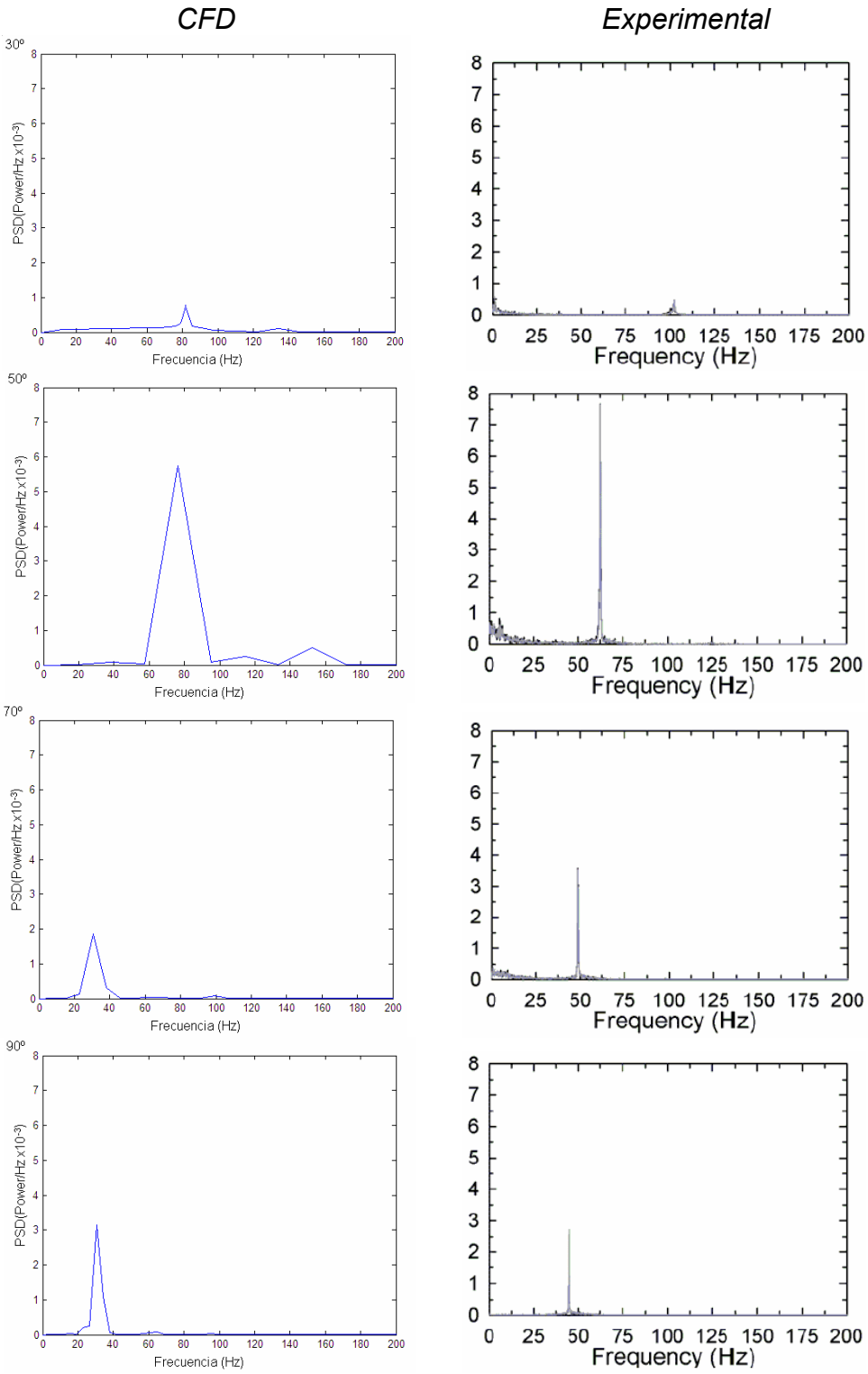


Figura 6.3. Densidad espectral de energía (PSD) de la fuerza de sustentación en grandes ángulos de ataque.

Arrastre

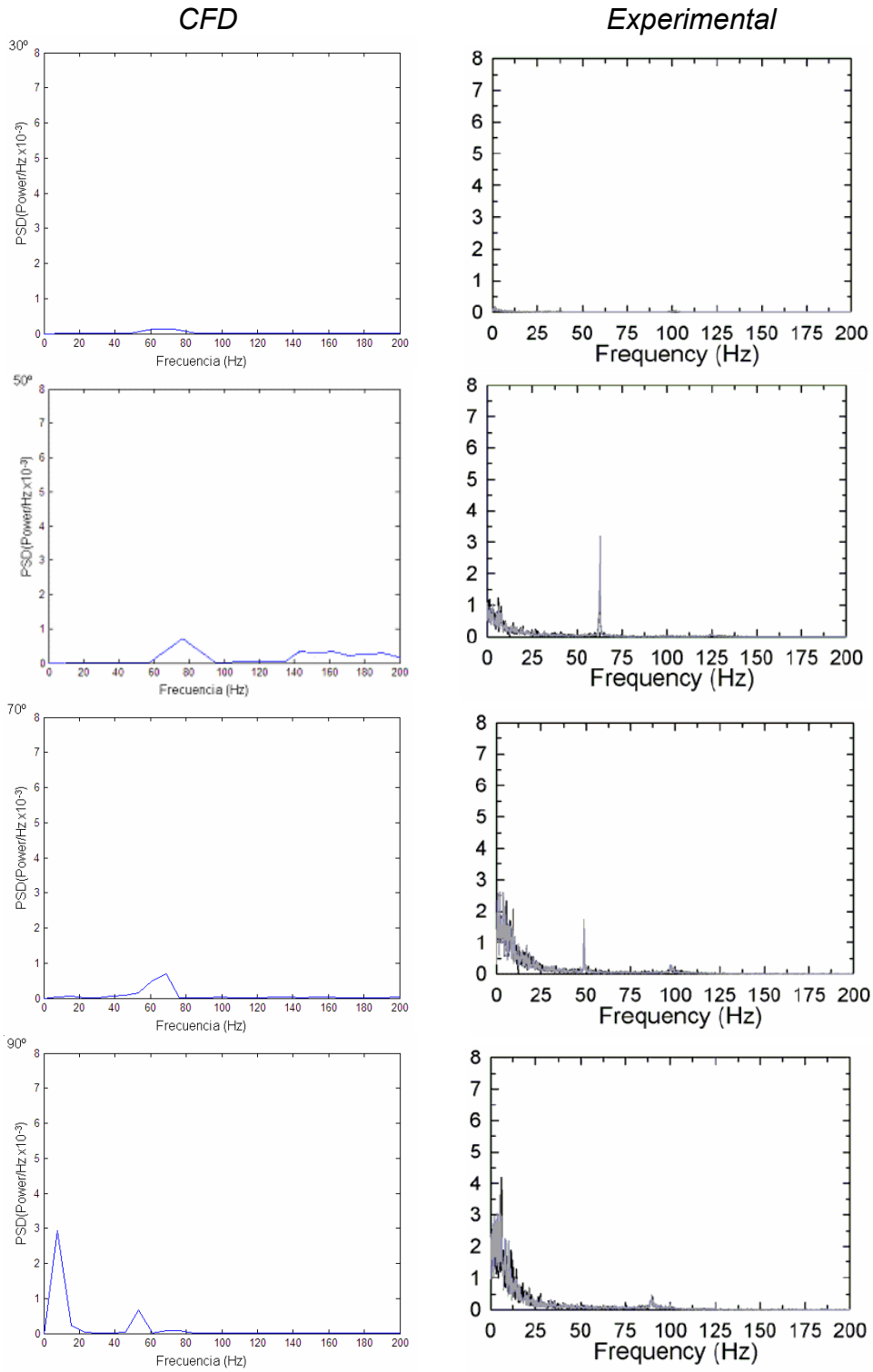


Figura 6.4. Densidad espectral de energía (PSD) de la fuerza de arrastre en grandes ángulos de ataque.

CONCLUSIONES

CONCLUSIONES

Se ha representado el comportamiento del flujo de fluidos en torno de un perfil aerodinámico expuesto a corriente libre para pequeños y grandes ángulos de ataque. Los resultados de la modelación muestran, en general, una buena aproximación cualitativa en algunos de los parámetros de estudio (curvas de lift y drag), pero también en determinadas situaciones la modelación no es del todo satisfactoria (frecuencias de fuerzas de arrastre).

La falta de información relacionada con las pruebas experimentales y las limitaciones que implica utilizar un modelo turbulento basado en consideraciones de isotropía pueden ser causa de estas discrepancias cuantitativas. Se sugiere rehacer las pruebas utilizando el modelo de esfuerzos de Reynolds para considerar el efecto de la anisotropía, especialmente notorios para grandes ángulos de ataque. Con todo, se ha simulado el flujo en un amplio espectro de algulos de ataque, visualizándose el comportamiento del flujo y, en particular, caracterizando el desprendimiento de vórtices de Von Karman.

En general $y+$ estuvo bajo 5 en las regiones de la superficie superior del perfil donde aún no existía separación. Por lo tanto, el refinamiento de la malla cumple con los requerimientos impuestos por el *tratamiento reforzado de pared*, lo cual significó un gran costo computacional.

Después de los 50º las variables de flujo aún varían en la salida lo que sugiere que las dimensiones del dominio todavía son pequeñas y no cumplen rigurosamente con la condición de salida impuesta por Fluent .

El análisis del espectro en pequeños ángulos de ataque no ha sido validado, pues no se disponen de datos experimentales al respecto. Debido al mayor Δt permisible en pequeños ángulos fue posible registrar una muestra más significativa de datos y así obtener una mejor representación de las fuerzas en el dominio de la frecuencia.

Para grandes ángulos, debido al largo tiempo de procesamiento y a la alta frecuencia de muestreo impuesta por el $\Delta t_{máx}$ se registraron una gran cantidad de datos, pero estos no fueron representativos ya que solo abarcan un corto lapso de tiempo.

En la prueba experimental se registraron datos durante 35s lo que permite captar frecuencias bajas, pero en el CFD dado el largo tiempo de procesamiento, solamente se tomaron muestras de 3s en ángulos pequeños y de 1s para grandes ángulos de ataque. Evidentemente, esto esta muy por debajo de lo necesario para obtener una muestra representativa.

Por último, se estima el presente trabajo como un buen primer esfuerzo para simular y caracterizar el comportamiento de flujos de fluidos en torno de perfiles aerodinámicos para un amplio rango de ángulos de ataque, lo cual puede ser substantivamente mejorado con una mayor capacidad computacional y rigurosidad de análisis.

REFERENCIAS.

"Theory of Wing Sections"

L. H. Abbot & A. E. Von Doenhoff, Dover, NY, 1959.

"Mecánica de Fluidos"

Irving shames, 1995.
McGraw Hill, ISBN 0-07-056387-X.

"Mecánica de Fluidos"

Victor L. Streeter, 2000.
McGraw Hill, ISBN 0-07-062537-9.

"Energía Eólica"

Désiré Le Gouriérès,1983.
Masson, ISBN 84-311-0326-4.

"Frequency análisis of surface pressures on an airfoil after stall"

K. Swallwel, J Sheridan and W. H. Melbourn
Departement od Mechanical Engineering
Monash University, Victoria, Australia.

"Low-frecuency flowfield unsteadiness duringnairfoil stall and the influence of stall type"

A. Broeren and M. Bragg.
University of Illinois at Urbana-Champaign
American Institute of Aeronautics & Astronautics.

"The effect of turbulence intensity on performance of a NACA 4421 arfoil section"

K. Swallwel, J Sheridan and W. H. Melbourn
Departement od Mechanical Engineering
Monash University, Victoria, Australia.

"The effect of turbulence intensity on stall of the NACA 0021 aerofoil"

K. Swallwel, J Sheridan and W. H. Melbourn
Departement od Mechanical Engineering
Monash University, Victoria, Australia.

“Introduction to CFD Basics”

Ragesh Bhaskaran & Lance Collins, 2003.
School of Mechanical and Aerospace Engineering. Cornell University.

“Fluent 6.0 Documentation”

Fluent Inc.

“Análisis de Fourier”

Hwei P. Hsu, 1970.
Fondo educativo interamericano.

“Theory of Vibration with Applications”

W. Thomson, 1993.
Chapman & Hall, ISBN 0-412-54620-5

“Aprenda MATLAB 6.1”

J. García, J. Rodríguez y A. Brazales, 2001.
Escuela superior de Ingenieros Industriales
Universidad Politécnica de Madrid.

ANEXO

Escanear y anexar el paper que contiene los resultados experimentales..