ALGUNAS CONSIDERACIONES SOBRE LA AERODINÁMICA DE LOS AUTOMÓVILES DE CARRERAS

José Meseguer

Instituto Universitario de Microgravedad "Ignacio Da Riva" (IDR/UPM), E.T.S.I. Aeronáuticos, Universidad Politécnica de Madrid

ÍNDICE

PRÓLOGO	1
1. INTRODUCCIÓN Y CONSIDERACIONES BÁSICAS	2
2. RESISTENCIA AERODINÁMICA	5
3. SUSTENTACIÓN	11
3.1. Generalidades	11
3.2. Coeficiente de sustentación máximo	14
3.3. Dispositivos sustentadores de los coches	16
3.4. Efecto suelo	
4. ENSAYOS REALIZADOS EN IDR/UPM	22
REFERENCIAS	24

PRÓLOGO

Como en cualquier otro cuerpo que se desplaza en el seno de un fluido, el movimiento relativo entre cuerpo y fluido genera la aparición de cargas fluidodinámicas (fuerzas y momentos), que unidas a otras de origen mecánico configuran el estado de cargas que determina el movimiento del cuerpo. Esto es así en el caso de las aeronaves y también en el de los automóviles o de cualquier otro objeto en movimiento.

Centrando la atención en los automóviles, las cargas aerodinámicas fueron consideradas de importancia secundaria hasta bien entrado el siglo XX por varias razones, siendo la primera de ellas la velocidad. En efecto, como es bien sabido las cargas aerodinámicas son proporcionales al cuadrado de la velocidad multiplicada por ciertos coeficientes característicos que dependen de la forma del cuerpo, de modo que si la velocidad es pequeña, las cargas aerodinámicas también lo son, de manera que su contribución al conjunto de acciones que gobierna la dinámica del automóvil no resulta ser dominante, y por tanto despreciable a menos que las circunstancias obliguen a tenerla en cuenta. Otra razón, indisolublemente unida a la velocidad es la económica: si la fuerza aerodinámica orientada en la dirección del movimiento (la resistencia aerodinámica en la nomenclatura aeronáutica) es elevada debido a que la velocidad ha de serlo, para mantener el consumo de combustible en límites aceptables, sobre todo en vehículos de serie, la opción lógica es actuar sobre el coeficiente de resistencia aerodinámica, modificando la forma del cuerpo de manera que el valor de este coeficiente sea lo menor posible, y en este aspecto el problema difiere poco de los problemas clásicos de optimización de las fuerzas sobre las aeronaves propios de la tecnología aeronáutica.

Una tercera razón, sólo a tener en consideración cuando las velocidades de los coches empiezan a ser ya realmente elevadas, tiene que ver con la maniobrabilidad del cuerpo en movimiento, que el caso de un automóvil se consigue accionando de forma adecuada las ruedas, lo que exige una buena adherencia con el suelo sobre el que ruedan. Como se aclara posteriormente, la fuerza aerodinámica que justifica esta razón no es ahora la resistencia aerodinámica, sino la sustentación (la fuerza perpendicular a la dirección del movimiento, positiva en sentido ascendente, opuesto al de la aceleración de la gravedad terrestre).

Con esta comunicación se pretende ofrecer una visión, ciertamente simplificada, de algunos condicionantes aerodinámicos que gobiernan o han gobernado el desarrollo de los automóviles en general, y el de los coches de carreras en particular. Habida cuenta del marco definido para la presentación, con dos comunicaciones complementarias sobre el tema, ésta está centrada más en aspectos teóricos, abundando en los fundamentos, y se dejan los detalles experimentales y los desarrollos tecnológicos concretos para la otra comunicación. En consecuencia con esta orientación, aquí la intención ha estado enfocada en los principios de la aerodinámica que justifican muchos de los dispositivos que equipan los coches de carreras actuales, en las razones físicas que

explican su funcionamiento.

Ante este reto, quizás la dificultad para el autor está más en la audiencia que en la materia a exponer, pues es preciso manifestar que hablar de aerodinámica en un acto organizado por ingenieros aeronáuticos entraña grandes riesgos, y posiblemente sea uno de los retos más exigentes para un profesor de la materia. Por un lado se corre el peligro de reproducir otra clase más como las de la Escuela, lo cual no deja de tener su peligro, pues dentro del complejo juego de reflejos condicionados que definen nuestras personalidades, se podría llegar a temer que después de la presentación haya un examen. Por otro lado tampoco se puede caer en una excesiva simplificación del tema, rozando la banalización, pues sabemos que la aeronáutica es una disciplina compleja, y la aerodinámica es un digno exponente de las materias que la componen.

La respuesta a esta disyuntiva la dio indirectamente la organización responsable de la conferencia, cuando al fijar el tono de las comunicaciones recomendó no usar ciertas palabras, y aunque nunca se ha dicho explícitamente cuales, se puede imaginar que "derivada sustancial" y otras así figuran implícitamente en el catálogo de las prohibidas.

1. INTRODUCCIÓN Y CONSIDERACIONES BÁSICAS

Como es sabido cualquier sistema de cargas se puede reducir a una fuerza y a un momento aplicados en un punto cuyas componentes dependen del sistema de ejes que se adopte como referencia. En el cálculo de las acciones del viento sobre un cuerpo sometido a una corriente incidente uniforme de velocidad U, en aerodinámica se suelen emplear dos sistemas de referencia con el origen ligado al cuerpo. En uno de ellos, ejes viento, el eje x tiene la dirección y el sentido de la velocidad incidente U, el eje z está contenido en un plano vertical y forma un ángulo de $\pi/2$ con el eje x, y el eje y se define de modo que el sistema de ejes forme un triedro a derechas (figura 1.1). En el segundo sistema de referencia (ejes cuerpo) el eje x está ligado a una dirección privilegiada del cuerpo (por ejemplo la cuerda del perfil, o el eje longitudinal del automóvil) y los otros dos ejes, z e y, se definen de modo que el conjunto forme también un triedro a derechas, con el eje z dirigido en sentido de la vertical local ascendente. En el caso de los automóviles, y en particular para los propósitos de esta comunicación, donde no se consideran efectos de viento lateral y se supone que el vehículo se desplaza sobre una carretera plana, ambos sistemas de ejes coinciden.

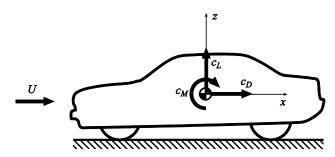


Figura 1.1. Sistema de ejes y definición de las principales fuerzas aerodinámicas: sustentación y resistencia.

En ejes viento las proyecciones de la fuerza resultante sobre los ejes reciben los nombres de resistencia aerodinámica la proyección sobre el eje x (paralela a la corriente incidente), sustentación la correspondiente al eje z (perpendicular a la corriente incidente) y fuerza lateral la del eje y; de emplear la nomenclatura aeronáutica para las componentes del momento, éstas son momento de balanceo (eje x), momento de guiñada (eje z) y momento de cabeceo (eje y).

De las ecuaciones de Navier-Stokes se deduce, tras asegurar el cumplimiento de no pocos condicionantes que limitan su campo de aplicación, que a bajas velocidades es posible establecer una relación sencilla entre velocidad y presión a lo largo del camino que sigue en su desplazamiento una partícula fluida. Esta relación es la ecuación de Bernoulli, que relaciona, a lo largo de una línea de corriente, la presión estática, p_V , y la velocidad, V, en un punto del dominio fluido con las condiciones de presión y velocidad, p_U y U, existentes corriente arriba, lejos del cuerpo,

$$p_V + \rho V^2/2 = p_U + \rho U^2/2 = p_R$$

donde ρ es la densidad del fluido (considerada constante) y p_R la presión de remanso. Esta expresión es válida a lo largo de una línea de corriente en aquellas situaciones en las que el flujo del aire pueda ser considerado como potencial, y la velocidad del fluido sea pequeña comparada con la del sonido (Meseguer & Sanz-Andrés, 2010), como es el caso de los coches. Una excepción a lo anterior son las capas límites y las estelas que se forman corriente abajo de los cuerpos, donde la viscosidad del aire, aun siendo muy pequeña en términos relativos, juega un papel importante, y el flujo deja de ser potencial.

Se tiene así que salvo en las capas límites que se forman en los obstáculos y en sus estelas, si las condiciones del flujo incidente, p_U y U, son uniformes y constantes corriente arriba, el valor de la presión de remanso p_R es, de acuerdo con la ecuación de

Bernoulli, constante en todo el dominio fluido. Esta ecuación se cumple en un flujo real con mucha aproximación, salvo donde los efectos de la viscosidad son relevantes, como es el caso de las mencionadas capas límites y estelas. La viscosidad es un efecto disipativo cuya consecuencia más inmediata es la aparición de pérdidas de presión en el flujo o, dicho de otra forma, en una disminución del valor de la presión de remanso.

En aerodinámica lo habitual no es utilizar directamente las fuerzas y momentos que actúan sobre el cuerpo en vuelo, sino ciertos coeficientes adimensionales relacionados con los mismos. La ventaja de la adimensionalización, uno de los conceptos más simples y a la vez más fecundos de la mecánica de fluidos, es que permite, a la hora de modelar el movimiento fluido alrededor de un obstáculo, caracterizar e identificar el flujo con unos pocos parámetros adimensionales, lo que confiere una gran generalidad a los resultados, además de reducir el número de parámetros involucrados.

El coeficiente de presión, c_p , se define como la diferencia entre la presión en el punto considerado, p_V , y la presión de referencia, normalmente la presión estática de la corriente incidente, p_U , dividida por la presión dinámica de la corriente incidente, $q_\infty = \rho U^2/2$, es decir, $c_p = (p-p_U)/q_\infty$, o bien, haciendo uso de la ecuación de Bernoulli, supuesto que no existen pérdidas significativas debidas a la viscosidad, $c_p = 1 - V^2/U^2$.

Respecto a los coeficientes de fuerza, si son D y L las fuerzas de resistencia aerodinámica y de sustentación que actúan sobre el vehículo, los coeficientes de resistencia aerodinámica y de sustentación son $c_D = D/(Aq_\infty)$ y $c_L = L/(Aq_\infty)$, donde A es el área frontal del vehículo. Nótese que la superficie de referencia empleada en la adimensionalización es el área frontal del cuerpo, en vez del área en planta de la superficie sustentadora, más habitual en aeronáutica. Esta elección es característica de la aerodinámica de cuerpos romos, y da lugar a coeficientes de fuerzas con valores más elevados de los que se tienen cuando se utiliza una superficie de referencia mayor.

Establecidas las definiciones básicas, para fijar la importancia de las fuerzas aerodinámicas en el movimiento de un automóvil, considérese un vehículo que se desplaza sobre una carretera plana siguiendo un movimiento con velocidad no uniforme, la aceleración que sufre el cuerpo resulta de la aplicación de la segunda ley de Newton, de modo que si es m la masa del coche, a su aceleración, F_T la fuerza tractora

disponible en las ruedas, F_R la resistencia a la rodadura, D la resistencia aerodinámica, g la aceleración de la gravedad terrestre y θ el ángulo de inclinación de la carretera, si lo hubiera, se tiene,

$$ma = F_T - F_R - D - mg\sin\theta;$$

 $con D = q_{\infty}Ac_D$, nótese que sobre un suelo horizontal es $\theta = 0$ y el último término desaparece. A bajas velocidades la fuerza tractora disponible en las ruedas no está limitada por la potencia disponible, sino por la fuerza tangencial que las ruedas pueden aplicar al pavimento sin que deslicen. Esta fuerza se puede expresar como el producto de la carga vertical sobre la rueda por un cierto factor, llamado de deslizamiento, que es el máximo coeficiente de fricción entre pavimento y neumáticos. Este nombre viene del hecho de que bajo una fuerte aceleración, la velocidad periférica de las ruedas puede ser mayor que la velocidad a la que se desplaza el vehículo sobre la carretera.

De la ecuación de equilibrio se deduce que aumentar la masa del coche no mejora las características de aceleración del vehículo, pues aunque se pueda aumentar la fuerza tractora al incrementar la carga sobre las ruedas, también lo hace en la misma proporción la inercia del automóvil. Sin embargo, la situación es muy diferente si el aumento de fuerza vertical se consigue empleando recursos aerodinámicos, ya que entonces no se incrementa la inercia del vehículo, lo que facilita la mejora de las propiedades en aceleración y frenado, supuesto que se disponga de la potencia tractora suficiente.

La mayoría de los vehículos de uso no deportivo, que circulan a velocidades bajas o moderadas, están limitados por la adhesión de las ruedas, pues a bajas velocidades los efectos aerodinámicos son pequeños, si no despreciables, pero en coches de competición que se desplazan a velocidades altas, se puede aumentar la adherencia con el suelo y evitar por tanto el deslizamiento de la ruedas introduciendo dispositivos que permitan generar fuerzas aerodinámicas verticales, lo que a fin de cuentas se traduce en una mejora de la dinámica del vehículo tanto en aceleración como en frenada.

Respecto a la resistencia aerodinámica, la potencia tractora necesaria para vencerla viene dada por el producto de la resistencia por la velocidad, y como la primera es proporcional al cuadrado de la velocidad, se entiende la conveniencia de que el coeficiente de resistencia c_D sea lo menor posible.

Para explicar las características de los automóviles en los virajes es preciso considerar primero comportamiento de los neumáticos. Cuando un vehículo está efectuando un giro la dirección de las ruedas no coincide con la del movimiento, existiendo un cierto ángulo entre ambas (ángulo de resbalamiento ϕ , figura 1.2). A la vista del esquema de la figura 1.2 se podría pensar que el neumático desliza levemente sobre la carretera, pero ésta no es la situación, pues debido a las propiedades elásticas del neumático el posible deslizamiento lateral es contrarrestado por la deformación del neumático en la zona de contacto con el suelo, de modo que los neumáticos contribuyen de forma apreciable a la fuerza lateral o de giro (en inglés cornering) que se precisa para generar la aceleración centrípeta necesaria.

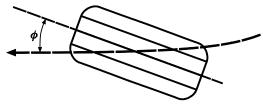


Figura 1.2. Esquema de la rueda de un automóvil y de la trayectoria que sigue durante un viraje. El ángulo que forma el plano longitudinal de la rueda con la tangente a la trayectoria es el ángulo de resbalamiento, ϕ .

Esta fuerza lateral crece casi linealmente con el ángulo de resbalamiento hasta un cierto umbral, y superado éste el comportamiento deja de ser lineal, momento en el que prácticamente se alcanza la máxima fuerza lateral en el neumático. La fuera lateral, F_C , puede ser expresada como el producto del coeficiente máximo de adherencia lateral o máximo coeficiente de giro, k_{cm} , por la carga vertical sobre la rueda, F_{vr} , es decir $F_C = k_{cm} \cdot F_{vr}$. El valor del coeficiente máximo de adherencia lateral suele ser normalmente similar al del coeficiente de deslizamiento longitudinal, y depende de múltiples parámetros propios de la rueda (área de contacto, forma del dibujo de la huella, composición de la goma, presión de inflado), y de la carretera, y aunque varía también con la magnitud de la carga vertical sobre la rueda, F_{vr} , es habitual en muchas aplicaciones considerar que no depende de este último parámetro, y que su valor es constante.

La máxima fuerza lateral alcanzable se reduce si la rueda está a la vez frenando o acelerando (generando, en suma, una fuerza longitudinal adicional). El derrape del vehículo se produce cuando la resultante de las fuerzas longitudinal y lateral excede la máxima fuerza tangencial que el neumático puede soportar.

Hay que decir también que la máxima fuerza lateral sobre el móvil es menor que sobre las ruedas consideradas de forma aislada, pues la suspensión y efectos inerciales modifican el comportamiento global. Se debe añadir además que es difícil que las ruedas delanteras y traseras tengan simultáneamente una misma respuesta.

Como la máxima fuerza lateral depende de la carga aumentar vertical sobre la rueda, ésta procedimientos aerodinámicos (sin aumentar la masa del vehículo) es una forma racional de incrementar la adherencia, de modo que la fuerza disponible para la generación de la aceleración centrípeta sea mayor. De ser así, en el supuesto, además, de que la carga vertical se distribuya por igual sobre las cuatro ruedas, el coche podrá efectuar un giro de un determinado radio de curvatura con una velocidad mayor. En el lado contrario, si por cualquier razón las acciones aerodinámicas tienden a disminuir la carga vertical sobre las ruedas, la capacidad de giro disminuye.

Es preciso señalar que, al igual que en el movimiento rectilíneo no uniforme, hacer el vehículo más pesado para aumentar consecuentemente la carga vertical sobre las ruedas, no es una solución aceptable. Si se adopta esta medida, es claro que la carga vertical aumenta linealmente con la masa del coche en primera aproximación, pero también la fuerza centrípeta requerida lo hace en la misma proporción, de manera que ambos efectos se compensan (hay además otros efectos de segundo orden que hacen que en realidad la capacidad de giro se reduzca).

Un corolario que se deriva de todo lo anterior es que, respecto a las fuerzas aerodinámicas, resulta de importancia capital la posición del punto donde se ubica la resultante de tales fuerzas (el centro de presiones si el obstáculo fuera bidimensional), puesto que dicha posición determina la distribución de la cargas aerodinámicas verticales entre las ruedas delanteras y las traseras, y condiciona, por tanto, la capacidad de derrape del vehículo. En un giro sobrecargar aerodinámicamente las ruedas traseras sin aumentar la carga vertical en las delanteras no mejora las prestaciones del vehículo en las curvas si la adherencia de las ruedas delanteras es insuficiente para mantener al coche en la travectoria curvilínea. Esto es particularmente importante en los coches de carreras, donde las fuerzas aerodinámicas verticales son dominantes en la dinámica del vehículo, y el reparto de la carga aerodinámica entre ruedas delanteras y traseras resulta crítico para evitar los derrapes en las curvas.

Obviamente, además de las fuerzas aerodinámicas verticales también es necesario reducir el coeficiente de resistencia aerodinámica, como se ha dicho, pues su disminución redunda en una reducción del consumo de combustible (incluso en el tráfico en las ciudades), así como en la mejora de la máxima velocidad alcanzable y en la capacidad de aceleración.

Como ejemplo, en la figura 1.3 se muestra el coeficiente de sustentación en función del coeficiente de resistencia aerodinámica de algunos vehículos comerciales de serie y de coches de carreras. Resulta llamativo los bajos valores de ambos coeficientes en los vehículos comerciales actuales, pero resulta mucho más llamativo que los automóviles de carreras sean capaces de generar coeficientes de sustentación tremendamente negativos, lo que indica el éxito del largo proceso de optimización aerodinámica que arrancó en la década de 1970 y que culmina, por el momento, en los diseños actuales (véase el apartado 3).

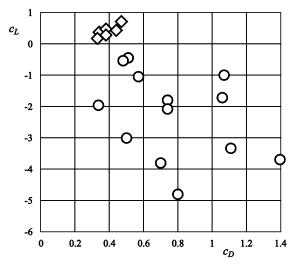


Figura 1.3. Coeficiente de sustentación, c_L , en función del coeficiente de resistencia aerodinámica, c_D , de algunos vehículos comerciales de serie (rombos) y de coches de carreras (círculos); de Hucho (1990) y Katz (1995).

Una consecuencia directa de este proceso de mejora de la aerodinámica de los coches es el aumento espectacular de la capacidad de giro de los vehículos de carreras, capaces en la actualidad de trazar curvas cerradas a velocidades muy elevadas sin derrapar. Este aspecto queda ilustrado en la figura 1.4, donde se ha representado la evolución temporal de la aceleración lateral que un vehículo de carreras puede aguantar in derrapar. Nótese el notable incremento experimentado a partir de 1970, cuando se empezó a equipar a los vehículos de competición con dispositivos aerodinámicos para producir sustentación negativa.

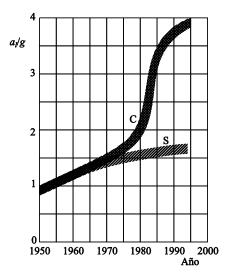


Figura 1.4. Evolución temporal de la aceleración lateral que un vehículo de carreras puede sufrir sin que derrape, adimensionalizada con la aceleración de la gravedad terrestre, a_l/g . La curva S representa la evolución de los vehículos sin dispositivos sustentadores, y la C la de coches equipados con estos dispositivos; de Flegl & Rauser (1990) y Katz (2006).

2. RESISTENCIA AERODINÁMICA

De las dos fuerzas principales que actúan sobre un cuerpo que se desplaza en el seno de un fluido, sustentación y resistencia aerodinámica, la primera resulta notablemente más fácil de calcular y medir que la segunda, existiendo varias razones para ello; una es que la sustentación depende básicamente del campo de presiones sobre el cuerpo que, si el flujo está adherido, se puede determinar con aproximación más que razonable empleando modelos matemáticos en los que se puede obviar el efecto de la viscosidad (aunque hace falta tener en cuenta tal efecto para explicar el fenómeno de la entrada en pérdida). La segunda fuerza principal, la resistencia aerodinámica, depende en gran medida de la viscosidad, pues salvo la resistencia inducida generada por la estela de torbellinos que se extiende corriente abajo de los cuerpos que sustentan (y también la resistencia de onda que aparece cuando los cuerpos se desplazan a velocidades supersónicas, que ciertamente no es el caso de los coches de carreras), la resistencia aerodinámica, sea de fricción o de presión, está íntimamente relacionada con las propiedades de las capas límites, donde, como se sabe, los efectos de la viscosidad son dominantes (Meseguer & Sanz-Andrés, 2010).

Calcular el valor de la resistencia aerodinámica de un cuerpo dado resulta pues más complicado, ya que la capa límite puede cambiar de carácter (laminar o turbulento) en su recorrido a lo largo del cuerpo, y

determinar el punto de transición de un tipo a otro de capa límite no es un problema que esté completa y satisfactoriamente resuelto. Tampoco el fácil abordar el cálculo de las estelas turbillonarias, salvo en algunos casos particulares conocidos (alas de forma en planta elíptica, principalmente). Con todo, los vertiginosos avances en el desarrollo de nuevos ordenadores, lo que ha significado el crecimiento casi explosivo de la capacidad de cálculo numérico, ha posibilitado el tratamiento numérico de aspectos de la aerodinámica impensables hace tan sólo dos o tres décadas, existiendo en la actualidad abundancia de recursos para abordar y profundizar en los problemas relacionados con el cálculo de la resistencia aerodinámica de cuerpos fuselados.

El primer paso para entender el fenómeno de la resistencia aerodinámica quizás sea, además de comprender la física que gobierna su existencia, intentar clasificar las diversas manifestaciones de esta fuerza aerodinámica. Tradicionalmente la resistencia aerodinámica se divide en dos grandes grupos atendiendo a la causa inmediata que la origina, hablándose de resistencia aerodinámica de origen viscoso y resistencia aerodinámica de origen potencial. Dentro de cada grupo se consideran a su vez otras dos subdivisiones, con lo que se tienen en total cuatro contribuciones distintas a la resistencia.

Respecto a los dos términos que se consideran en la resistencia aerodinámica de origen viscoso (la resistencia de fricción, o de rozamiento, y la de presión, también llamada resistencia de forma), la resistencia de fricción suele ser el término dominante en cuerpos en los que la capa límite no está desprendida, que no generan sustentación, y que se desplazan a través del aire en calma a velocidades subsónicas. Respecto a la resistencia de presión, se sabe que si el fluido fuera no viscoso las fuerzas de presión no darían resultante alguna en la dirección del movimiento (la paradoja de D'Alembert), pero en un fluido real la viscosidad modifica las distribuciones de presión sobre el cuerpo, de modo que en la cara de sotavento del cuerpo no se recuperan las condiciones de presión existentes en la cara de barlovento, y aparece la resistencia de forma, que se convierte en el tipo de resistencia predominante en cualquier configuración con capa límite desprendida, sea cual sea la forma del cuerpo.

Descartada ya la resistencia de onda, en relación con el tercer tipo de resistencia aerodinámica, la inducida, se ha dicho que su origen inmediato no es viscoso, aunque en un sentido estricto también se podría decir que toda resistencia aerodinámica tiene su origen en la

viscosidad, pues de no ser por ésta no habría posibilidad de generar circulación alrededor de los perfiles. Aunque una explicación formal requeriría argumentos más rigurosos, por el momento baste con tener en cuenta que la resistencia inducida aparece como consecuencia de la modificación del campo de velocidades que se produce cerca del cuerpo debido a las velocidades que induce la estela de torbellinos que se extiende corriente abajo del cuerpo sustentador. Su cálculo se puede acometer analizando la estela lejana del cuerpo, aplicando la teoría del plano de Trefftz (Barrero y otros, 2010).

La resistencia de fricción surge del rozamiento del aire con el cuerpo. Se sabe que muy cerca de la superficie del cuerpo se genera una capa límite donde la velocidad ha de variar de forma continua desde el valor nulo en la superficie del obstáculo hasta el valor de la velocidad que determina el flujo exterior, fuera de la capa límite. Se sabe también que la resistencia de fricción depende del esfuerzo cortante en la pared, que se expresa como el producto del coeficiente de viscosidad, μ , por el gradiente transversal de la velocidad, es decir, la derivada del perfil de velocidades respecto a la coordenada perpendicular a la superficie, dU/dz, medida en la superficie (este gradiente es la tangente del ángulo θ_0 indicado en la figura 2.1). Como el perfil de velocidades en una capa límite laminar arranca en la pared con una derivada más pequeña que en una capa límite turbulenta, el ángulo θ_0 es menor en el caso laminar que en el turbulento, y por tanto la resistencia de fricción resulta ser menor si la capa límite es laminar (Meseguer & Sanz-Andrés, 2010). Todas las superficies exteriores del cuerpo donde la capa límite está adherida contribuyen a la resistencia de fricción (donde la capa límite no está adherida también, pero como se ha mencionado, una capa límite no adherida es fuente de otro tipo de resistencia aerodinámica que es siempre dominante cuando aparece: la resistencia de presión).

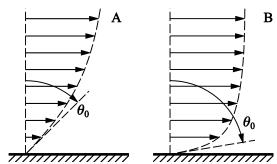


Figura 2.1. Perfiles de velocidad típicos en una capa límite laminar (A) y en una capa límite turbulenta (B). El coeficiente de resistencia de fricción es proporcional al producto de la viscosidad por la tangente del ángulo θ_0 , tanto mayor cuanto más lo es θ_0 .

Para fijar algunas ideas sobre la importancia del régimen laminar o turbulento de la capa límite en la de fricción, se puede simplemente el caso de una placa plana. Incluso en este sencillo ejemplo, evaluar la resistencia de fricción es bastante complejo y prácticamente inabordable de modo analítico en una configuración general. Se puede hacer, sin embargo, una estimación utilizando las aproximaciones de la capa límite bidimensional incompresible en ausencia de gradientes adversos de presión; si se supone una placa plana de cuerda c, y se admite que la capa límite se mantiene laminar en todo el recorrido sobre la placa, el coeficiente de resistencia de fricción de la placa (Meseguer & Sanz-Andrés, 2010) es $c_{f-\text{laminar}}=1.328/\text{Re}^{1/2}$, donde Re es el número de Reynolds basado en la cuerda de la placa, Re = $\rho Uc/\mu$, donde μ es la viscosidad dinámica del fluido y ρ su densidad.

De igual modo, si la capa límite es turbulenta en toda la placa, el coeficiente de resistencia de fricción vale $c_{f\text{-turbulenta}} = 0.075/\text{Re}^{1/5}$, y dividiendo ambas expresiones resulta $c_{f\text{-laminar}}/c_{f\text{-turbulenta}} = 0.053 \cdot \text{Re}^{3/10}$. Se obtiene así que la relación entre ambos coeficientes de fricción es muy aproximadamente proporcional a la raíz cúbica del número de Reynolds de la placa, de manera que considerando un valor típico del número de Reynolds en torno a dos millones, se obtiene que la resistencia de fricción es más de cuatro veces mayor si la capa límite es turbulenta que si fuera laminar. Por supuesto los resultados de la placa plana sólo son una aproximación de la capa límite sobre un cuerpo romo, donde el problema es aún más complicado (la presión exterior no es constante). En cualquier cuerpo la capa límite es laminar en la parte delantera del cuerpo y lo normal es que en algún punto corriente abajo se produzca la transición y sea turbulenta en el resto.

En el caso real de un cuerpo con capa límite parcialmente turbulenta el problema sólo es abordable numéricamente, e incluso así el tratamiento no es sencillo en absoluto, debido por una parte a la dificultad de generar mallas de integración que se adapten a todas las particularidades del problema, y por otra a la dificultad intrínseca que significa el manejo de los modelos de turbulencia al uso, que todavía no reproducen con fiabilidad en sus formulaciones toda la complejidad de los movimientos turbulentos.

A todo lo anterior hay que sumar otra dificultad más, que es el fenómeno de la transición de la capa límite de laminar a turbulenta, de manera que habría que predecir con exactitud el punto donde se produce la transición para poder estimar con precisión el valor de

la resistencia de rozamiento. Se debe decir que a pesar de la dificultad en el tratamiento del problema, existen métodos de cálculo semi-empíricos ampliamente utilizados en la industria aeronáutica, y existen también aproximaciones de ingeniería más sencillas que permiten obtener soluciones razonablemente exactas mediante el empleo de ábacos o tablas basados en métodos numéricos y en datos experimentales. Existen, por ejemplo, las monografías de la serie ESDU (Engineering Science Data Units), donde se presentan recomendaciones y procedimientos para el cálculo de las acciones aerodinámicas sobre un amplísimo espectro de cuerpos. En particular en ESDU 0001 (2010) se recoge un listado de las publicaciones de aplicación aeronáutica de esta serie.

La resistencia de presión está asociada desprendimiento de la capa límite, y como se ha dicho suele ser el término dominante en la resistencia total si la corriente está desprendida. Cuando esto ocurre la presión en la zona desprendida es menor que la que se tendría en el caso de capa límite adherida lo que origina una fuerza neta en la dirección y sentido de la corriente incidente. Conviene remarcar otra vez que la resistencia de presión depende fuertemente del número de Reynolds, definido ahora en función de una longitud característica b del cuerpo, Re = $\rho Ub/\mu$, pues este parámetro determina el carácter laminar o turbulento dominante en la capa límite. Esta dependencia del número de Reynolds de la resistencia de presión es particularmente espectacular en el caso de cuerpos romos redondeados a números de Reynolds en el entorno de 10⁵, tal es el caso de cilindros y

La forma de reducir la resistencia de presión es bien actuando sobre las propiedades de la capa límite, o fuselando el cuerpo para desprendimiento. En los aviones esto se traduce en un cuidado diseño de todos los elementos exteriores, alas, superficies de cola y fuselaje, así como de las uniones entre distintos elementos, pues en estas uniones confluyen las capas límites desarrolladas sobre los elementos adyacentes, tal es el caso de las uniones entre alas y fuselaje donde se juntan la capa límite que nace sobre las alas con la capa límite que viene desarrollándose sobre el fuselaje desde la proa del avión, lo que precisa que tales uniones estén conveniente carenadas para evitar interferencias desfavorables entre ambas capas límites.

En el caso de los coches el problema resulta ser bastante más complicado, pues en un automóvil no hay elementos que puedan ser escamoteados como en las aeronaves, tal es el caso de las ruedas, y hay además otros que no parecen ser todavía motivo de atención aerodinámica, como ocurre con los bajos de los coches de serie. Aunque en un automóvil no resulta posible hacer un reparto exacto de la contribución de los diferentes elementos que configuran el vehículo a la resistencia aerodinámica, sí se puede tener al menos una cierta estimación de la importancia relativa de las distintas contribuciones; así, de acuerdo con Barnard (1996) en el caso de un coche familiar típico la resistencia aerodinámica se distribuye en

Resistencia de fricción, incluido el efecto de bajos y protuberancias	26%
Resistencia de base (de presión debido al desprendimiento en la parte posterior del vehículo)	35%
Resistencia de las ruedas	26%
Resistencia asociada al sistema de refrigeración del motor	10%
Resistencia inducida	3%

Los tres primeros términos son comparables entre sí, y aunque la resistencia de presión suele ser el mayor, no es sin embargo la fuente dominante, de modo que fuselar la parte superior del vehículo no es suficiente para disminuir de forma espectacular la resistencia, sino que se debe actuar también sobre los términos primero y tercero. Hay que señalar que en este ejemplo la resistencia inducida es bastante pequeña, pues se trata de un coche de serie familiar; este término es considerablemente mayor en los coches de carreras actuales.

En la historia del automovilismo se ha ido produciendo una continua variación de los diseños con el fin de disminuir el valor del coeficiente de resistencia aerodinámica, aunque este discurrir a veces ha tenido lugar a saltos. En la década de 1920 un valor típico podía estar en $c_D \approx 0.80$, valor que en la década de 1940 se redujo hasta $c_D \approx 0.55$, y hasta $c_D \approx 0.35$ en la actualidad. En los coches de carreras esta tendencia a la disminución del coeficiente de resistencia resulta incluso más acentuada, si bien con el tiempo el interés ha ido variando su centro de atención desde la resistencia hacia la sustentación.

Aunque desde los inicios de la era automovilística se fuera consciente de la importancia de la resistencia aerodinámica en las prestaciones de los coches de carreras, puede llamar la atención el poco esfuerzo dedicado en los años pioneros a la mejora de la aerodinámica de los vehículos de competición, y eso que a principios del siglo veinte había ya coches capaces de superar los 150 km/h. Teniendo en cuenta que las fuerzas aerodinámicas empiezan a ser dominantes a partir de 90 km/h, no deja de ser

sorprendente que durante muchos años se emplearan vehículos de carreras con formas no fuseladas, como el que se muestra en la figura 2.2.

La conveniencia de fuselar las carrocerías para disminuir el coeficiente de resistencia era conocida, tal preocupación existía, y a veces se hicieron intentos de carenar los coches con mayor o menor fortuna, pero la falta de generalización de este principio quizás deba buscarse a la necesidad existente en aquellos vehículos de tener un acceso fácil e inmediato al motor y otros componentes, pues los primeros coches necesitaban cambiar frecuentemente de ruedas e incluso de reparaciones sobre la marcha durante las carreras. Otra consecuencia del fuselado de los automóviles fue que al trasponer a los coches diseños derivados de la aeronáutica, a veces sin un conocimiento bien sedimentado, los vehículos resultantes producían demasiada sustentación positiva, lo que afectaba negativamente a la estabilidad y al control del vehículo.



Figura 2.2. Fotografía de un exponente típico de los coches de carreras de principios del siglo veinte, donde las concesiones a la aerodinámica del vehículo eran pocas o nulas, a pesar de que alcanzaban velocidades razonablemente elevadas.

No fue sino hacia la década de 1930 cuando se empezaron a utilizar vehículos de carreras algo fuselados, como resultados de un amplio programa de mejora de estos automóviles llevado a cabo en Alemania, apareciendo entonces los modelos cuyas formas suavizadas fueron durante las décadas siguientes la imagen típica de un coche de carreras (figura 2.3).

En estos vehículos las fuentes de resistencia aerodinámica más significativas eran las suspensiones, no carenadas, y el habitáculo para el pilotaje. Entonces tampoco se prestaba mucha atención a los bajos de los coches, principalmente porque no eran visibles para el

público. Todos estos elementos y otros semejantes son ahora objeto de una atención extrema, y aquellos componentes que no pueden quedar apantallados bajo una carena envolvente, como son las barras que conforman la estructura donde se anclan las ruedas delanteras, son carenadas individualmente.

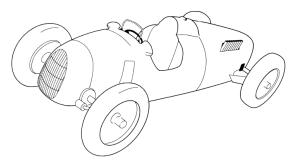


Figura 2.3. Vehículo de carreras típico con motor trasero y formas fuseladas, aunque lejos todavía de lo que se podría considerar un diseño óptimo.

En algunas modalidades de carreras (fórmula 1) se exige que las ruedas queden completamente expuestas al flujo incidente; en este caso las ruedas significan una porción significativa del área frontal del coche, y significan también un porcentaje elevado de la resistencia total. En el caso de un vehículo sin superficies sustentadoras la contribución de las ruedas al coeficiente de resistencia del vehículo puede llegar hasta el 70% del total. La solución evidente, cuando está permitido, es carenar las ruedas.

En la figura 2.4 se presentan datos de resistencia aerodinámica y de área frontal de un buen número de automóviles actuales o relativamente recientes, familiares y deportivos, según la información recabada en Hucho (1990) y Katz (1995).

En la figura 2.5 se muestra la evolución temporal del coeficiente de resistencia aerodinámica y del área frontal de coches de carreras de Porsche. Como se observa el área frontal, y en menor medida el coeficiente de resistencia han sufrido una evolución hacia valores mayores con los años, consecuencia sin duda de los cambios acaecidos en los vehículos tras la incorporación de dispositivos sustentadores para generar sustentación negativa, y al incremento del ancho de los neumáticos y de la separación entre los mismos.

Para finalizar esta sección centrada en la resistencia aerodinámica, en la figura 2.6 se indica la variación con el ángulo del plano que representa la luneta trasera de un modelo patrón de automóvil, de las diferentes contribuciones a la resistencia aerodinámica total del modelo. Este modelo patrón de vehículo es empleado

ampliamente como modelo de referencia en estudios comparativos, numéricos y experimentales. Si es h la altura del modelo, las otras dimensiones del patrón son longitud 3.63h y anchura 1.35h; la parte posterior inclinada ocupa una longitud de 0.77h, independientemente del ángulo de inclinación γ . El cuerpo se supone situado a una altura de 0.17h sobre el suelo y el radio de curvatura de las superficies cilíndricas de acuerdo de la cara de barlovento con las laterales así como con la superior y la inferior es de 0.25h aproximadamente (Guilmineau, 2008).

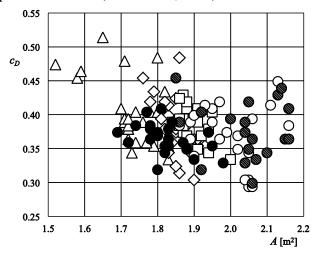


Figura 2.4. Coeficiente de resistencia aerodinámica, c_D , y área frontal, A, de diversos tipos de automóviles. Los símbolos identifican la categoría de acuerdo con la siguiente clave: coches pequeños (triángulos), coches familiares de gama baja (rombos), de gama media (cuadrados), de gama alta (círculos blancos), de lujo (círculos rayados), y coches deportivos (círculos negros); de Hucho (1990) y Katz (1995).

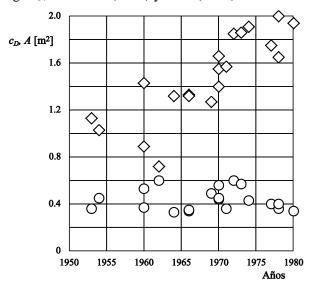


Figura 2.5. Evolución temporal del coeficiente de resistencia aerodinámica, c_D (círculos) y del área frontal, A (rombos) de los automóviles de carreras de Porsche; de Flegl & Rauser (1990).

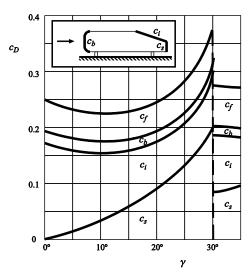


Figura 2.6. Variación con el ángulo de inclinación del plano inclinado posterior del modelo de coche, γ , del coeficiente de resistencia aerodinámica, c_D ; en el gráfico se indican los diversos términos que contribuyen a la resistencia: resistencia de fricción, c_f , resistencia asociada a la cara de barlovento, c_b , a la cara inclinada, c_i , y a la cara de sotavento, c_s ; de Hucho (1990).

Los resultados corroboran lo que ya es sabido de la evidencia experimental acumulada tras múltiples ensayos en túnel aerodinámico de cuerpos romos, tanto en el campo automovilístico como en el aeronáutico: la contribución a la resistencia aerodinámica de la cara de barlovento, c_b , es pequeña, la resistencia de fricción, c_f , es prácticamente constante, cualquiera que sea el valor del ángulo de inclinación γ , pues esta contribución depende principalmente del área del cuerpo donde la capa límite no está desprendida. Por su parte, la resistencia asociada a la cara inclinada, c_i , aumenta notablemente cuando lo hace γ por dos razones, una es porque aumenta la superficie, y otra porque la presión disminuye. La resistencia de base ligada a la cara de sotavento, c_s , disminuye, pues lo hace el área, y parece que este efecto es mayor que el debido a la disminución de presión (que se traduciría en un aumento de la resistencia).

La disminución del coeficiente de presión en la cara inclinada se explica teniendo en cuenta que la corriente se desprende en la arista que delimita la frontera entre techo y plano inclinado, y que posteriormente se readhiere antes de llegar a la sección final del cuerpo. El comportamiento es completamente semejante al detectado en el caso de perfiles con borde de ataque anguloso, con la salvedad de que aquí se trata de un cuerpo tridimensional. En la figura 2.7 se han representado para distintos valores del ángulo de ataque las distribuciones de coeficiente de presión en el

extradós de un perfil de sección triangular, cuyo ángulo en el vértice correspondiente al borde de ataque es de 30°. Las distribuciones de presión representadas ponen de manifiesto la existencia de una burbuja de recirculación en el extradós, cuyo punto de cierre se va retrasando conforme aumenta el ángulo de ataque (equivalente aquí al ángulo de deflexión γ). Nótese también que la succión asociada a la burbuja de recirculación es tanto más intensa cuanto mayor es el ángulo de ataque (mayor el ángulo y en el caso del modelo patrón), hasta que el punto de readherencia alcanza el extremo posterior del perfil, momento en que se produce un cambio drástico en la distribución de presión: toda la superficie inclinada entra en pérdida (nótese que la succión en el extradós disminuye). Sobrepasado el valor del ángulo de ataque para el que la burbuja alcanza el extremo posterior del perfil, la distribución de coeficiente de presión se hace más uniforme y con una succión máxima menos acusada.

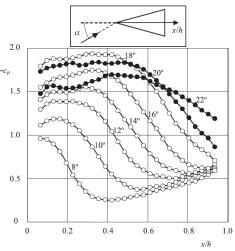


Figura 2.7. Distribuciones de presión en el extradós de perfiles de sección triangular con borde de ataque afilado. Los números en las curvas indican el valor del ángulo de ataque. Los símbolos identifican las distribuciones de presión en las que existe burbuja de recirculación (círculos blancos) o las correspondientes a capa límite completamente desprendida (círculos negros); de Alonso, Meseguer & Pérez-Grande (2005).

Nótese que en la figura 2.6 para valores de γ del orden de 30° se produce un cambio muy significativo en la resistencia de base, que disminuye notablemente. Este hecho se explica por la diferente configuración turbillonaria a sotavento del cuerpo; se pasa de tener una estructura definida por dos torbellinos ligados a las aristas laterales del plano inclinado (lo que origina alta succión), a una configuración de flujo completamente desprendido, lo que incrementa el valor de la presión en la parte posterior del vehículo, en parte debido al colapso de los torbellinos marginales y en parte por el efecto descrito en la figura 2.7.

3. SUSTENTACIÓN

En las carreras de coches existen vehículos de diversas categorías, de modo que se pueden encontrar autos de competición que se asemejan a los automóviles de producción en serie, pero también vehículos que son ciertamente singulares, poco o nada parecidos a un automóvil común. Sin embargo, sea cual sea la categoría considerada, la aerodinámica es un parámetro de diseño importante, de modo que hoy día todos los diseños de coches de carreras están gobernados por los efectos aerodinámicos. Un rasgo distintivo de esta vertiente de la aerodinámica es que en un automóvil todos los elementos están muy próximos a unos a otros, con fuertes interferencias entre las diferentes partes que constituyen el vehículo. Por todo ello, sumando además la existencia de capas límite desprendidas y estelas turbillonarias, la aerodinámica de los coches de carreras resulta ser altamente no lineal, de manera que predecir el efecto de una modificación particular en un determinado diseño puede ser una tarea extremadamente complicada y no exenta de errores.

En esta disciplina se ha de trabajar con configuraciones fluidas que no son fácilmente predecibles, y además, debido a la naturaleza altamente competitiva de este deporte que impone tiempos de diseño cortos, las decisiones suelen basarse en procedimientos de prueba y error, obteniendo la información de ensayos en pista y en túneles aerodinámicos (también se utilizan con cierta profusión métodos computacionales para analizar el flujo alrededor del coche, aunque tales métodos son todavía de validez cuestionable, sobre todo en cuanto a los fenómenos turbulentos se refiere).

Así pues, aunque los fundamentos matemáticos esenciales de la aerodinámica se formularon hace más de un siglo, y desde entonces el avance en esta rama de la ingeniería ha sido constante y espectacular, no todos principios aprovechables fueron utilizados inmediatamente por los diseñadores de coches de carreras. Naturalmente, al principio, conforme la velocidad de los vehículos fue aumentando, los esfuerzos se centraron en diseñar autos con baja resistencia aerodinámica, y aunque pronto se tuvo conciencia de la importancia de la sustentación en la respuesta del vehículo, llegando incluso, durante la década de 1920, a añadir alas que generaran sustentación negativa (figura 3.1), esta innovación cayó pronto en desuso, y fue completamente ignorada durante los siguientes 35 años. Respecto al diseño de la figura 3.1, la primera reflexión que sugiere es que los responsables del añadido de las alas poseían unos conocimientos aerodinámicos posiblemente no del todo fundamentados. Sólo así se entiende que para conseguir sustentación negativa se colocara un ala con ángulo de ataque negativo, lo cual es correcto, pero resulta difícil de imaginar el razonamiento que les llevó a utilizar en las alas perfiles con curvatura positiva, cancelando así parte del beneficio alcanzado con el ángulo de ataque.

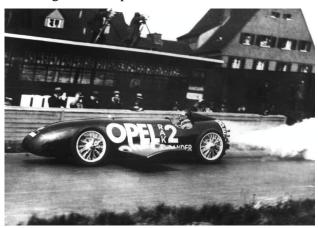


Figura 3.1. Un caso pionero en la utilización de alas para conseguir sustentación negativa fue el Opel Rak 2, propulsado por cohetes y diseñado específicamente para demostraciones de alta velocidad.

La idea es aprovechable, pues el procedimiento más sencillo de generar sustentación negativa es incorporar alas invertidas tanto en la parte trasera del vehículo como en la delantera. Algo más sofisticado, por ser menos evidente, es la utilización de la carrocería del vehículo para generar también cargas aerodinámicas verticales negativas, disminuyendo la presión en los bajos del automóvil mediante la creación de canales bajo el chasis que discurren paralelamente al eje longitudinal del coche, o en los automóviles de serie añadiendo aristas en la parte superior trasera del coche, donde se provoca el desprendimiento de la capa límite.

3.1. Generalidades

En los coches de carreras las superficies sustentadoras, llamadas en el argot automovilístico alerones, están en la actualidad colocadas generalmente a los lados del automóvil en las ruedas delanteras y sobre el cuerpo del coche en las traseras. El uso del dispositivo trasero se remonta al año 1966, cuando se equipó un vehículo de competición con un ala de pequeño alargamiento colocada sobre dos soportes que sobresalían de la parte posterior del coche, suficientemente lejos del mismo para que su funcionamiento no estuviera perturbado por la proximidad del propio vehículo (figura 3.2). Desde entonces tales superficies sustentadoras han sufrido un profundo proceso de evolución y adaptación condicionados tanto por el uso de nuevos diseños

fundamentados en un conocimiento más preciso de la realidad aerodinámica, por el desarrollo de nuevos materiales, y también por las limitaciones que se han ido introduciendo en las reglamentaciones que rigen en las diferentes competiciones.

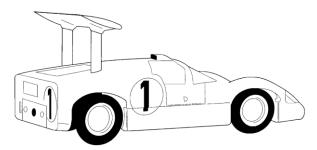


Figura 3.2. El Chaparral fue el primer vehículo de carreras en incorporar un ala con ángulo de ataque negativo para generar sustentación negativa; de Barnard (1996).

Los alerones traseros de un vehículo de carreras actual vienen a significar entre un 30% y un 35% del total de la carga aerodinámica vertical del coche. Una configuración típica (figura 3.3) se compone de uno o varios alerones con curvatura negativa, colocados además con ángulo de ataque negativo, unidos entre sí mediante dos placas laterales que sirven también para fijar el conjunto sustentador al vehículo, además de asegurar un cierto comportamiento bidimensional de la configuración. En algunos casos la disposición aerodinámica de las superficies sustentadoras es semejante a la de un ala equipada con un flap ranurado, análogo a los empleados en las alas de las aeronaves en las operaciones de despegue y aterrizaje, aunque con importantes diferencias, siendo la más relevante que en un automóvil la situación relativa de los diferentes elementos es fija, no pudiendo, en general, ser modificada en el curso de la carrera para adaptarla a las circunstancias aerodinámicas de cada momento.

El alerón o alerones delanteros del coche producen alrededor de la tercera parte de carga aerodinámica vertical del coche, y a lo largo de los años su diseño ha sufrido más modificaciones que el alerón trasero. El alerón delantero es la primera superficie sustentadora del automóvil expuesta a la corriente incidente, y con ella se pretende, además de generar la sustentación negativa necesaria, acondicionar de forma apropiada el flujo de aire que incide sobre las ruedas y sobre la parte trasera del vehículo. Los primeros alerones delanteros fueron simplemente alas de forma en planta rectangular con placas verticales en los bordes marginales para reducir la intensidad de los torbellinos de borde marginal.

Una mejora notable para este tipo de alerones fue la

incorporación, posiblemente de forma casual, de lo que se ha dado en llamar flap Gurney, consistente en una chapa dispuesta en el borde de salida perpendicularmente al sentido del flujo (su finalidad primaria era aumentar la rigidez de este borde), con una longitud del orden del 2% de la cuerda. Siguiendo los pasos de la aerodinámica clásica, también se han empleado alerones delanteros de forma en planta elíptica, con el ánimo de aprovechar las ventajas aerodinámicas que ofrecen estas alas, distribución de sustentación elíptica y resistencia inducida mínima (Meseguer & Sanz-Andrés, 2010). Por lo demás las variaciones han sido constantes y a contradictorias, aunque configuración una calificable como clásica es la de alerones dispuestos muy cerca del suelo para mejorar el efecto suelo, y equipados con aletas de borde marginal (figura 3.3).



Figura 3.3. Fotografía de un vehículo de carreras de fórmula 1 donde se observan las superficies sustentadoras delanteras y traseras.

Un tercer recurso aerodinámico empleado para generar sustentación negativa es modificar los bajos del coche de manera que se produzcan cargas de succión bajo el mismo. Un aspecto típico de esta aproximación se muestra en la figura 3.4, donde se presenta la parte inferior de un vehículo preparado para este fin. Como se aprecia se han generado dos canales por los que fluye el aire. Al considerar estos canales conjuntamente con el suelo, se tiene un conducto convergente-divergente (con uno de los lados, el pavimento, móvil), donde el área de paso disminuye y después aumenta, de modo que el flujo primero se acelera, disminuyendo en consecuencia la presión, y posteriormente aumenta.

Los elementos críticos de esta configuración son la sección de entrada, en la que rigen muchos de los principios que condicionan el diseño de las tomas de aire subsónicas de las aeronaves (no hay que olvidar que aquí existe una velocidad relativa entre suelo y

automóvil), y el conducto de salida, donde en aras del rendimiento aerodinámico se debe evitar el desprendimiento de la capa límite en las superficies del conducto.

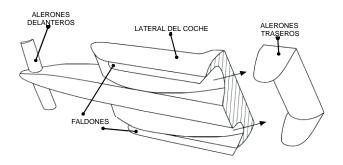


Figura 3.4. Esquema de la parte inferior de un vehículo de carreras donde se aprecian los conductos de forma convergente-divergente para generar sustentación negativa. En la figura se han representado también los faldones laterales, prohibidos en los coches actuales; de Katz (1995, 2006).

En esta configuración convergente-divergente se llegó incluso a precintar los laterales del coche con faldones que rozaban el suelo, cerrando así lateralmente los conductos; este concepto funcionó muy bien, dando lugar a un aumento notable de las fuerzas de succión bajo el coche.

Sin embargo el uso de faldones no estuvo exento de problemas; por ejemplo, debido a las irregularidades en las superficies de las pistas de carreras los faldones no siempre llegaban al suelo, de modo que en ocasiones el conducto no quedaba sellado completamente, lo que originaba la pérdida inmediata de sustentación negativa en porcentajes no pequeños, a veces con consecuencias catastróficas. Este problema fue la causa de la prohibición de faldones de deslizamiento en los coches de carreras, de manera que en la actualidad las únicas partes del vehículo que se permite que estén en contacto con el suelo son los neumáticos.

Tras la prohibición de los faldones, una evolución del concepto anterior de acondicionar los bajos del coche para tener un conducto convergente-divergente fue la ubicación de difusores en la parte posterior del vehículo (figura 3.5). En esencia un difusor de esta naturaleza funciona porque se fuerza al aire a pasar por el mismo al ofrecer un camino de salida más fácil que si no existieran. Además se puede aprovechar la geometría del diseño para favorecer la formación de torbellinos en el interior de los conductos, gracias al aire que entra lateralmente, que generan también coeficientes de presión negativos en los conductos. Con todo ello se consigue también la aparición de un

pico de succión acusado a la entrada al difusor, donde la pendiente cambia, pues esta zona se comporta como una esquina.

Los resultados que se obtienen dependen, como es lógico, del ángulo del difusor σ y de la separación con el suelo. Respecto al ángulo de difusión, el valor negativo del coeficiente de sustentación crece cuando el ángulo σ aumenta, siendo algunos valores representativos $c_L=-1.81$ para $\sigma=9^\circ$, y $c_L=-2.01$ para $\sigma=14^\circ$. No se suelen emplear difusores con ángulos mayores porque entonces se produce el desprendimiento del flujo en su interior, lo que anula las ventajas aerodinámicas.

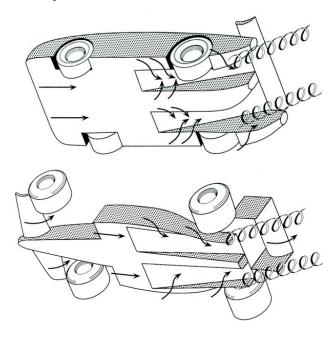


Figura 3.5. Esquema de la parte inferior de dos vehículos de carreras donde se aprecian los difusores empleados para generar sustentación negativa; de Katz (1995, 2006).

Gracias a este dispositivo se puede controlar también, hasta cierto punto, la posición de la resultante de las fuerzas verticales sobre el vehículo, aprovechando el pico de succión que se produce a la entrada del mismo, cuya posición longitudinal puede ser fijada desplazando la entrada a la rampa del difusor.

La carga aerodinámica vertical producida por el difusor aumenta, en módulo, con la distancia al suelo, y superada una cierta altura decrece. Por ejemplo, en la figura 3.6 se presenta la variación con la altura adimensional h/L_c , de los coeficientes de sustentación y de resistencia de un modelo ensayado en túnel con un ángulo de difusión $\sigma = 10^{\circ}$.

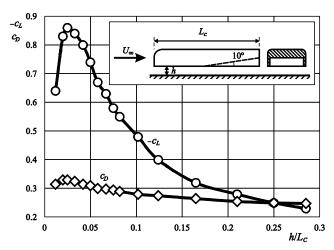


Figura 3.6. Variación con la altura adimensional h/L_c , del coeficiente de sustentación, c_L , y del coeficiente de resistencia, c_D , de un modelo ensayado en túnel con un ángulo de difusión $\sigma = 10^{\circ}$; de Katz (2006).

3.2. Coeficiente de sustentación máximo

Analizada la geometría global del vehículo, con la idea de entender siquiera intuitivamente la paulatina adaptación de las formas de los coches de carreras para satisfacer los requisitos de índole aerodinámica que exigen la producción de sustentación negativa elevada, baja resistencia aerodinámica y adecuado control en los virajes, conviene ahora presentar algunas consideraciones relativas a las superficies sustentadoras que se emplean en los automóviles para alcanzar esos objetivos.

La primera conclusión que se deriva de una inspección somera de los dispositivos hipersustentadores de uso en los automóviles de carreras es que se trata sin duda de un compromiso entre lo que es una aplicación racional de los principios de la aerodinámica y las limitaciones que las diferentes reglamentaciones de las carreras imponen a los elementos de los coches. Sólo así se entiende que se hayan adoptado soluciones eficientes, obviamente, aunque es posible que no hayan sido las óptimas desde el punto de vista de la aerodinámica.

Siguiendo el discurso habitual en esta disciplina, para hablar de diseño de superficies sustentadoras primero se debería plantear el problema bidimensional (los perfiles que conforman las alas), y después de los efectos tridimensionales propios de las alas. No es este el foro donde exponer las teorías que justifican la generación de sustentación; los modelos más elementales se pueden encontrar en Meseguer & Sanz-Andrés (2010), donde además de las particularidades físicas y matemáticas de estos modelos sencillos, se detalla también una amplia bibliografía sobre el tema.

Aun bajo esta óptica restrictiva son precisos ciertos conocimientos básicos para analizar el comportamiento aerodinámico de los perfiles de las alas, aunque ciertamente no es este el lugar donde exponerlos ni seguramente necesario, en la hipótesis de que el lector estará familiarizado con los fundamentos de la teoría aerodinámica que justifica la generación de sustentación, y con los efectos que contribuyen a la misma (espesor, curvatura y ángulo de ataque), así como con las propiedades fundamentales de las capas límite, pues es el desprendimiento de estas últimas el fenómeno aerodinámico que condiciona el coeficiente de sustentación máximo de un perfil.

Es sabido que el coeficiente de sustentación de un perfil aumenta con el ángulo de ataque, y existe para cada perfil un cierto intervalo de ángulos de ataque en el que esta relación es muy aproximadamente lineal, de tal manera que la pendiente de la curva de sustentación es prácticamente constante, con un valor de 2π aproximadamente. Fuera de este intervalo lineal la pendiente de la curva de sustentación decrece tanto si ángulo de ataque aumenta como si disminuye, y se anula en los puntos de máximo y mínimo coeficiente de sustentación, c_{lmax} y c_{lmin} . Para valores del ángulo de ataque superiores (en módulo) a los correspondientes a los puntos de máxima y mínima sustentación la pendiente de la curva de sustentación cambia de signo, de modo que, por ejemplo si el ángulo de ataque es positivo, superado el coeficiente de sustentación máximo un incremento del valor del ángulo de ataque se traduce en una disminución del valor del coeficiente de sustentación. Cuando el ángulo de ataque es tal que se sobrepasan estos valores extremos del coeficiente de sustentación (c_{lmax} o c_{lmin}) se dice que el perfil ha entrado en pérdida (la configuración fluida característica de esta situación es la de capa límite completamente desprendida en el extradós del perfil).

En el caso de una aeronave la entrada en pérdida de los perfiles que configuran el ala es la frontera crítica en la operación de la misma, pues determina el peso máximo que puede sustentar (el coeficiente de sustentación del ala, que depende evidentemente de los coeficientes de sustentación de los perfiles que la conforman).

En líneas generales, el mecanismo de entrada en pérdida de los perfiles se explica considerando que cuando el ángulo de ataque es grande aparece en el extradós, cerca del borde de ataque del perfil, un pico muy acusado de coeficiente de presión negativo, sea cual sea el espesor relativo del perfil, por lo que corriente abajo de este pico de succión la presión aumenta, y se tiene por tanto un gradiente adverso de presión. Como la magnitud del pico de succión

depende del radio de curvatura del borde de ataque, y éste, en perfiles subsónicos, depende a su vez directamente del espesor relativo del perfil, en el caso de las aeronaves se suelen distinguir tres tipos básicos de entrada en pérdida de los perfiles según sea el espesor relativo del perfil (obviamente existen otras formas de entrada en pérdida distintas, aunque en la mayoría de los casos se trata de mezcla o superposición de los tipos básicos). Uno de ellos es característico de los perfiles gruesos (cuyo espesor relativo es superior al 15%), en los que la entrada en pérdida se inicia por el borde de salida. El comportamiento es diferente en los perfiles con espesor relativo medio (entre el 15% y el 8%), donde la entrada en pérdida tiene lugar cerca del borde de ataque con desprendimiento laminar y posterior readhesión de la capa de cortadura resultante, con formación de una burbuja de recirculación corta. El tercer tipo es propio de los perfiles muy delgados con el borde de ataque redondeado e incluso anguloso (espesor relativo por debajo del 8%), y corresponde al caso de entrada en pérdida con desprendimiento cerca del borde de ataque y formación de una burbuja de recirculación larga (Meseguer & Sanz-Andrés, 2010).

Al coeficiente de sustentación de los perfiles contribuyen en primera aproximación los efectos del ángulo de ataque y de la curvatura (el espesor es un efecto de segundo orden), de modo que una forma de aumentar el valor del coeficiente de sustentación es incrementar el valor del ángulo de ataque, otra forma es dotándolo de mayor curvatura, que puede ser fija, o bien con superficies móviles cuya inclinación respecto al perfil principal es modificable en función de las necesidades. También puede mejorar se comportamiento de la capa límite en los gradientes adversos, controlando el perfil de velocidades en la misma inyectando o succionando fluido donde sea necesario.

Quedan todavía otras opciones, como actuar sobre el campo de presiones con elementos externos al perfil básico, o incluso modificar la cuerda del perfil, disponiendo superficies retráctiles que solamente son desplegadas cuando hace falta hipersustentación, permaneciendo el resto del tiempo replegadas en el interior del cuerpo del perfil. Sobre estos conceptos descansa el uso de los dispositivos hipersustentadores pasivos que se usan en las aeronaves (que no precisan para su funcionamiento otra energía que la necesaria para su despliegue, y para vencer la resistencia aerodinámica adicional que se genera).

En los coches de carreras las superficies sustentadoras suelen estar fijas, y según los reglamentos no suele ser posible variar el ángulo de ataque ni cualquier otro parámetro geométrico durante la carrera. Aquí interesa que las superficies sustentadoras produzcan la máxima carga en condiciones de seguridad sin que se produzca la pérdida, lo que conlleva conocer también el coeficiente de sustentación máximo de las configuraciones empleadas.

En la figura 3.7 se muestran los incrementos de sustentación y resistencia obtenidos con dispositivos hipersustentadores convencionales (bidimensionales) de uso aeronáutico. De acuerdo con esta información, cuando se precisa mayor sustentación, agotado ya el recurso de aumentar el ángulo de ataque, hay que incrementar la curvatura, y si los requisitos de sustentación elevada son todavía mayores se debe acudir a perfiles con varios elementos, donde además emplear de ángulo de ataque y curvatura se ejerce también cierto control sobre la capa límite. En los coches de carreras ocurre a veces la circunstancia de que la envolvente geométrica general de las superficies sustentadoras está limitada por los reglamentos (por ejemplo en algunas categorías está prohibido el uso de perfiles con varios elementos), pero cuando la opción de perfiles multi-elementos está permitida, es sin duda la mejor elección, pues aprovechando la ranura existente entre el perfil delantero y el trasero (en un perfil con dos elementos) es posible generar una corriente de aire que incida sobre el extradós del segundo perfil, lo que permite ejercer cierto control sobre la capa límite de éste. Se debe decir que los beneficios aerodinámicos que se obtienen con un flap ranurado se incrementan todavía más si el dispositivo posee doble ranura, o incluso triple.

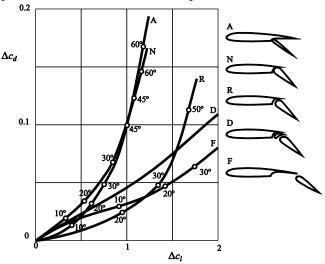


Figura 3.7. Características aerodinámicas de varios dispositivos hipersustentadores pasivos: A) flap de intradós o flap Alfaro, N) flap normal, R) flap ranurado, D) flap doble ranurado, y F) flap Fowler; de Torenbeek (1976).

En los aviones hay también dispositivos hipersustentadores de borde de ataque, básicamente flaps Kueger y álulas. Desde el punto de vista de su uso en automovilismo posiblemente el más interesante sea el álula (en inglés *slat*), que es un pequeño perfil, con gran curvatura, situado delante del borde de ataque del perfil básico, cuyo objetivo es disminuir localmente la succión en éste y a la vez acondicionar la capa límite cerca del borde de ataque del perfil básico. Con ello se evita el desprendimiento de la capa límite y se puede aumentar más el ángulo de ataque del perfil (Meseguer & Sanz-Andrés, 2010).

También hay dispositivos hipersustentadores activos, que en los aviones se utilizan casi exclusivamente en las maniobras de aterrizaje y despegue cortos, o de aterrizaje y despegue vertical. Un caso típico son los flaps soplados exteriormente con los chorros de los reactores, y un caso extremo son los motores de empuje vectorial, cuyo funcionamiento implica la deflexión del chorro del motor empleando toberas de geometría variable, aunque se desconoce si el uso de estos dispositivos u otros semejantes son de uso consentido en los coches de carreras.

3.3. Dispositivos sustentadores de los coches

Dado que, como se ha dicho, los perfiles de uso en automovilismo están sujetos a reglamentaciones específicas, que poco o nada tienen que ver con la racionalidad aerodinámica, el desarrollo de los mismos suele estar fuertemente condicionado por tales restricciones (por ejemplo, a veces se limita el perfil a un único elemento, o se acota la envolvente geométrica del perfil, de manera que éste, aun con varios elementos, ha de quedar inscrito en un rectángulo de dimensiones dadas). Otra característica distintiva de estos perfiles es que la eficiencia aerodinámica no suele ser el parámetro a optimizar en el diseño, sino la sustentación generada, sin importar tanto el incremento de resistencia aerodinámica.

El resultado de todo ello es que existe una cierta profusión de criterios de diseño, cuyo único elemento común posiblemente sea que el perfil no entre en pérdida en el punto de trabajo, por lo que la variedad de formas es enorme. En los coches, junto a los perfiles diseñados para uso aeronáutico, se emplean otros específicamente diseñados para uso exclusivo en automóviles, algunos con formas con muy poca curvatura y otros con curvaturas extremas, con uno o con múltiples elementos. Hay que decir además que en el mundo de los coches de carreras cuando se diseña un nuevo perfil es muy habitual que sus diseñadores mantengan en secreto sus características aerodinámicas

hasta que el diseño quede obsoleto. En la figura 3.8 se muestran varios perfiles automovilísticos, algunos con un único elemento y otros con más de uno, perfiles que casi con toda seguridad en el punto de trabajo están muy cerca de la pérdida. Como se puede apreciar la dispersión de formas es amplia, tanto en lo que atañe a la curvatura de los perfiles como a las distribuciones espesor, al igual que con el número de elementos que integran los diseños.

Como se puede apreciar los perfiles con varios elementos se ajustan a los patrones de diseño de los perfiles de las aeronaves equipados con dispositivos hipersustentadores ranurados, con la salvedad ya señalada acerca del criterio de optimización aerodinámica.

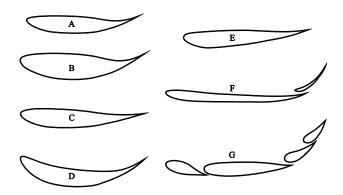


Figura 3.8. Formas de perfiles de uso en automovilismo: A) fórmula Mazda, alerón delantero; B) fórmula Mazda, alerón trasero; C) BE 153-055; D) BE 153-175; E) Tyrrel 026; F) perfil con dos elementos; G) perfil con cuatro elementos.

Para estimar las características aerodinámicas de un ala se podría en principio suponer un comportamiento estrictamente bidimensional de los perfiles que la conforman, de modo que calculando las cargas aerodinámicas sobre de los perfiles sin tener en cuenta efecto tridimensional alguno se podría, sumando las distintas contribuciones de los perfiles, obtener una estimación de la respuesta aerodinámica del ala. Esta estimación sería, sin embargo, poco realista, pues en su obtención se presupone la inexistencia de fenómenos tridimensionales, en particular la inexistencia de la estela de torbellinos que enseña la experiencia se extiende corriente abajo del ala, y que es la causa, por una parte, de la aparición de un tipo de resistencia aerodinámica no ligada a la viscosidad, llamada resistencia inducida, que no aparece en un tratamiento exclusivamente bidimensional de las superficies sustentadoras, y por otra, de que aunque todos los perfiles del ala sean iguales y no haya variación de las características geométrica a lo largo de la envergadura,

como la velocidad inducida por los torbellinos de la estela sobre el ala no es constante, en la realidad no todos los perfiles del ala están al mismo ángulo de ataque, lo que puede alterar las características de entrada en pérdida del ala.

Las ideas físicas que explican el comportamiento del aire alrededor de las alas en movimiento fueron expuestas por Ludwing Prandtl en la segunda década del siglo XX. Prandtl elaboró un modelo que descansa en una profunda comprensión de los fenómenos físicos que tienen lugar en el entorno de las alas, y aunque para su formulación es preciso admitir no pocas simplificaciones, proporciona resultados asombrosamente buenos dentro de su rango de validez.

Las alas pueden tener formas en planta muy diversas, desde la sencilla ala de planta rectangular hasta las más sofisticadas, en las de uso aeronáutico siempre intentando aproximarse a la forma en planta óptima, que es la elíptica; las alas pueden tener flecha o no, y en este segundo caso reciben el nombre de alas rectas. Además de la forma en planta (o lo que es lo mismo, la ley geométrica que siguen las cuerdas de los perfiles a lo largo de la envergadura del ala), un parámetro geométrico de gran influencia en la aerodinámica de las alas es el alargamiento, Λ , que se define como el cuadrado de la envergadura del ala, b, dividido por el área de su superficie en planta S, es decir $\Lambda = b^2/S$.

En el modelo más sencillo de ala, el de Prandtl, se renuncia a conocer lo que ocurre a lo largo de la cuerda de los perfiles, de modo que a efectos de cálculo cada perfil es reemplazado por un único torbellino que produce la misma sustentación global que el perfil considerado. Se supone además que estos torbellinos están distribuidos sobre un segmento rectilíneo de longitud igual a la envergadura del ala (ala recta), que permanece en todo instante perpendicular a la corriente incidente no perturbada (ala recta sin guiñada). Se demuestra en los textos de aerodinámica (Meseguer & Sanz-Andrés, 2010), que en los movimientos potenciales, si la circulación (o lo que es equivalente, la sustentación) se modifica de una sección a otra del ala es porque ha entrado o salido vorticidad del segmento turbillonario que representa la porción considerada del ala. Es preciso reconocer que esta última afirmación puede resultar oscura, incluso completamente incomprensible, para alguien no avezado en las lides aerodinámicas, y aunque no es este el marco donde explicar el significado, si parece procedente al menos cierta explicación cualitativa. Esta descansa en que aunque torbellino, circulación y vorticidad sean conceptos difíciles de manejar, se puede establecer cierta analogía entre un torbellino y

una manguera por la que circula un fluido incompresible, por ejemplo agua. Esta analogía parte del hecho de que bajo ciertas hipótesis ambos fenómenos están gobernados por una ecuación de conservación análoga, y así se puede decir que la vorticidad en un tubo de torbellinos es a la velocidad del agua en una cañería como la circulación lo es al gasto de agua que pasa por el tubo. Con esta idea, la circulación es una medida del flujo de vorticidad a través de una sección del tubo de torbellinos.

La idea detrás de esta analogía es que se puede utilizar para explicar ciertos comportamientos de los hilos de torbellinos. Ya que ambos fenómenos, hilo de torbellinos y tubería con agua, responden a modelos matemáticos semejantes, la transposición de los razonamientos de uno a otro modelo permite alcanzar ciertas conclusiones de interés; por ejemplo, si en algún lugar de nuestro particular universo aerodinámico apareciera un manantial, en algún otro lugar tendría que aparecer un sumidero que consumiera el fluido emanado del manantial. De igual modo si en algún sitio de nuestro particular universo aerodinámico aparece un torbellino de un cierto signo, en otra parte habrá de aparecer otro torbellino de la misma intensidad pero de signo contrario (por supuesto en la realidad ambos torbellinos, con el tiempo, serán disipados por la viscosidad).

Siguiendo con la analogía, de igual forma que el agua que circula por la cañería ha de venir del infinito corriente arriba (sería, por ejemplo, el embalse que alimenta la ciudad) e ir hasta el infinito corriente abajo (las instalaciones de depuración de aguas), un hilo de torbellinos también ha de nacer y morir en el infinito (o formar un circuito cerrado).

Así pues si la circulación (el gasto) se modifica de una sección a otra del ala es porque ha entrado o salido vorticidad (fluido) del segmento turbillonario, de modo que para cumplir la condición de conservación de la vorticidad de la superficie sustentadora han de escapar torbellinos con el signo apropiado para que en cada punto del ala se cumpla ésta. Incluso si el ala fuera tal que la circulación se mantuviera constante sobre toda su envergadura, este fenómeno de torbellinos que entran o salen tendría lugar en los bordes marginales, pues es claro que sea cual sea la sustentación en los perfiles situados cerca de los bordes laterales del ala, la sustentación ha de ser nula donde el ala acaba.

Como los torbellinos son líneas fluidas, son arrastrados por la corriente incidente, formando una estela que se extiende corriente abajo del ala y que en primera aproximación se supone plana y paralela a la corriente incidente no perturbada (figura 3.9). Como un torbellino induce velocidades en todo el dominio fluido (si bien esta velocidad disminuye con la distancia), resulta claro que los torbellinos libres que se desprenden del ala inducen velocidades verticales sobre ella misma, velocidad que en general cambia de unos puntos a otros del ala. En un ala que produce sustentación positiva esta velocidad vertical inducida en sí misma es negativa, de manera que al componerla vectorialmente con la corriente incidente el efecto de la velocidad inducida se traduce en una modificación del ángulo de ataque efectivo del perfil correspondiente, que resulta ser menor que si no hubiera estela. Una vez justificada la existencia de una estela turbillonaria no procede entrar en más detalles del modelo de ala de Prandtl, y por el momento basta con añadir que, como es de esperar, un ala resulta menos eficiente que un perfil a la hora de generar sustentación.

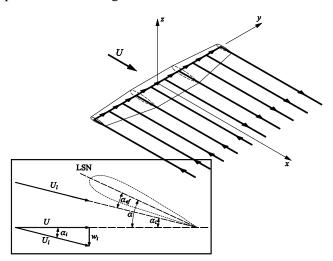


Figura 3.9. Modelo de torbellinos de un ala larga, con la estela turbillonaria que se extiende corriente abajo del ala. En el inserto se muestra un esquema de las diferentes velocidades en un perfil genérico del ala de acuerdo con la teoría del ala larga de Prandtl. LSN es la línea de referencia del perfil para la medida de los ángulos de ataque y w_i la velocidad inducida en el perfil por todos los torbellinos libres de la estela del ala. El ángulo de ataque efectivo, α_{ef} , es el ángulo de ataque geométrico, α , menos el ángulo de ataque inducido por los torbellinos de la estela, $\alpha_i \approx w_i/U$, pues normalmente la velocidad inducida w_i es mucho menor que la de la corriente incidente no perturbada U.

Otro aspecto que distingue un ala de un perfil (que desde el punto de vista aerodinámico no es sino un ala de envergadura infinita) es la aparición de resistencia inducida, cuya existencia se justifica por la velocidad vertical inducida en el ala por los torbellinos de la estela, que como se ha visto modifica el ángulo de ataque local de los perfiles. Dentro de la validez de la

teoría del ala larga de Prandtl, la resistencia inducida de las alas procede de la inclinación hacia atrás de la fuerza aerodinámica sobre cada perfil por efecto de la velocidad inducida por los torbellinos de la estela (nótese que de acuerdo con los modelos potenciales de perfiles, en el esquema de la figura 3.9 la fuerza resultante ha de ser perpendicular a U_l). También se puede comprender su existencia considerando la energía que los torbellinos que se desprenden del ala comunican al fluido en la estela. Piénsese que conforme el ala avanza la longitud de los torbellinos de la estela aumenta, y por tanto también aumenta la masa de aire puesta en movimiento. El trabajo por unidad de tiempo (la potencia) necesario para mover este aire es la causa de la aparición de la resistencia inducida, y resulta ser igual al producto de la resistencia inducida por la velocidad de avance del ala.

Una consecuencia realmente importante de la teoría de Prandtl es que entre todas las alas que con un alargamiento dado producen el mismo coeficiente de sustentación la de mínimo coeficiente de resistencia inducida es aquella cuya distribución de sustentación a lo largo de la envergadura es elíptica. Esto se consigue con alas planas de forma en planta elíptica, o con alas de cualquier forma en planta pero debidamente torsionadas a lo largo de la envergadura (Meseguer & Sanz-Andrés, 2010). Otra consecuencia de gran relevancia es que para un valor fijo del coeficiente de sustentación, al aumentar el alargamiento del ala disminuye el valor del coeficiente de resistencia inducida.

En consonancia con lo dicho, para conseguir una distribución de sustentación elíptica una posibilidad es hacer un ala sin torsión con forma en planta elíptica. Esta es la forma óptima que fue muy usada en los aviones desarrollados al final de la década de los 30, aunque pronto se dio paso a las alas trapezoidales, sólo un poco inferiores en prestaciones aerodinámicas y más fáciles de construir. Esta forma, trapezoidal parecida a una elipse, es la adoptada para la mayoría de los aviones actuales que vuelan a velocidades subsónicas (aunque en algunos casos la forma en planta está distorsionada por la adición de flecha, para evitar la aparición prematura de fenómenos transónicos).

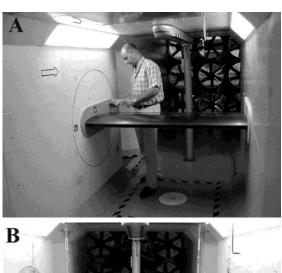
Como en las alas las mayores variaciones de la distribución de sustentación se suelen producir cerca de los bordes marginales, la intensidad de los torbellinos de la estela es mayor cerca de dichos bordes. Cualquier actuación que tienda a disminuir la intensidad de estos torbellinos (lo que significa suavizar la distribución de sustentación cerca de los

bordes marginales) es por tanto beneficiosa desde el punto de vista de la resistencia. Esto se puede conseguir prolongando el ala, dándole mayor envergadura y por tanto mayor alargamiento, diseñando la forma de la prolongación de modo que suavice la variación de la sustentación cerca del borde, y para evitar que la extensión del ala aumente el momento flector en la raíz del ala se colocan estas prolongaciones del ala no en el plano del ala, sino más o menos perpendicularmente a dicho plano: se tienen así las aletas de borde marginal (denominadas *winglets* en inglés).

Se ha dicho que un perfil bidimensional no es sino una sección de un ala de envergadura infinita en la que todos los perfiles son iguales entre sí. Si nada cambia según el eje transversal no se puede desprender vorticidad de las secciones del ala, y si la envergadura es infinita los hipotéticos torbellinos de borde marginal están infinitamente alejados, de modo que su efecto es despreciable. De acuerdo con esta descripción, parecería imposible la medida experimental de las características aerodinámicas de los perfiles (habría que emplear alas infinitamente largas), dificultad que se solventa con el llamado método de las imágenes: si se coloca un ala entre dos espejos paralelos, dispuestos perpendicularmente a la envergadura del ala, se obtiene, teniendo en cuenta las infinitas reflexiones en los espejos, la imagen de un ala virtualmente infinita. En la aerodinámica experimental el papel de los espejos lo pueden jugar dos superficies paralelas entre sí y alineadas con la corriente incidente, por ejemplo, las paredes del túnel donde se realiza el ensayo (figura 3.10).

El método de las imágenes tiene gran utilidad práctica en la aerodinámica experimental, pues puede ser una forma de aumentar el valor del número de Reynolds de los ensayos en túnel aerodinámico. Si se desea, por ejemplo, estudiar experimentalmente un ala simétrica respecto a su plano medio, en vuelo simétrico, basta con construir sólo una semiala, que puede hacerse de dimensiones mayores que si se hubiera tenido que construir el ala completa, y situarla pegada a una de las paredes del túnel. De esta forma la pared actúa como un espejo fluido para la corriente, de modo que la semiala se comporta aerodinámicamente como si la cámara del túnel fuese el doble de ancho y existiera la semiala imagen (la realidad es algo más compleja, pero no es este el lugar donde discutir esta complejidad).

En algunas situaciones no es posible que el modelo pueda llegar hasta las paredes laterales del túnel, y en tales circunstancias la bidimensionalidad se asegura añadiendo al modelo planos laterales lo suficientemente grandes para que actúen como elementos especulares en sentido aerodinámico (figura 3.10).



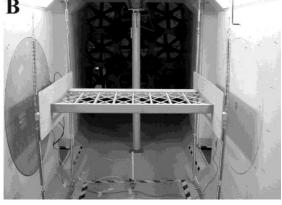


Figura 3.10. A) Ensayo de medida de presiones sobre un perfil en al túnel aerodinámico A9 de IDR/UPM; obsérvese que el perfil a ensayar se extiende de una pared lateral a otra. B) ensayo de un modelo seccional de celosía de puente; ahora el modelo de ensayos acaba en sendos planos laterales.

Los razonamientos que gobiernan el diseño de las alas de los aviones resultan ser tan sólo parcialmente aplicables a las superficies sustentadoras de los automóviles, principalmente porque el entorno aerodinámico en que se desenvuelven unas y otras es radicalmente diferente. En un caso el ala vuela prácticamente aislada, mientras que en el otro ha de funcionar en un ambiente aerodinámicamente muy perturbado por otros elementos próximos que afectan a su rendimiento. Hay también una diferencia, no pequeña, en cuanto a los criterios de diseño, pues en las alas de los automóviles no parece importar tanto la eficiencia aerodinámica como mejorar al máximo la producción de sustentación, aunque para ello se deban sacrificar algo las prestaciones del ala en cuanto a resistencia aerodinámica se refiere.

Cuando se observa un vehículo de carreras es fácil percibir que los condicionantes empleados para diseñar los alerones delanteros son muy diferentes de los de los alerones traseros (figura 3.3); esto es así no sólo por la diferente posición en el coche, sino también por lo distinto de su funcionalidad aerodinámica. Los alerones delanteros deben producir sustentación negativa, aprovechando para ello al máximo el hecho de que pueden estar colocados muy cerca del suelo, pero al mismo tiempo se debe minimizar su impacto aerodinámico en los elementos del automóvil situados corriente abajo de los mismos (ruedas, tomas de aire y cuerpo del coche). Los alerones traseros han de estar sobre el cuerpo del coche (las restricciones geométricas sobre su posición y dimensiones son muy severas), en un entorno que puede estar bastante más perturbado que el de los delanteros.

Una particularidad que parece general en los diseños de los alerones es la tendencia a bidimensionalizar el comportamiento aerodinámico, añadiendo para ello planos verticales en los bordes marginales cuya función ya ha sido explicada. Es sabido que un perfil tiene mejor rendimiento aerodinámico que un ala, de donde se deduce que aumentar el alargamiento del ala es beneficioso (Meseguer & Sanz-Andrés, 2010), y por ello añadir planos marginales tiene un efecto favorable en la sustentación global del ala, pudiéndose, en el caso de alas de forma en planta rectangular, estimar dicho efecto a través del alargamiento efectivo, Λ_e , que se relaciona con el alargamiento real Λ mediante la expresión $\Lambda_e = \Lambda(1 + 1.9h/b)$, donde h es la altura de los planos verticales (supuestos de forma rectangular, de ancho igual a la cuerda del ala), y b la envergadura del ala.

Obviamente, si se ha optado por colocar planos verticales en los alerones traseros para aumentar las prestaciones, se puede pensar en utilizar también éstos como elementos de unión al cuerpo del coche o incluso como soporte para otros alerones traseros (dando lugar a biplanos, triplanos,...). Ciertamente un biplano con la separación vertical entre alas apropiada produce más sustentación que un monoplano de la misma área en planta, pero el incremento no es lineal, como se pone de manifiesto en la figura 3.11, donde se muestra el coeficiente de sustentación de configuraciones de alerones traseros con uno, dos, tres y cuatro planos.

3.4. Efecto suelo

En la aerodinámica de las superficies sustentadoras de los coches se menciona frecuentemente el llamado efecto suelo, un fenómeno bien conocido en la aeronáutica, ampliamente aprovechado en la época más romántica de la aviación para batir records de distancia recorrida sobre el mar, volando a baja altura sobre las olas.

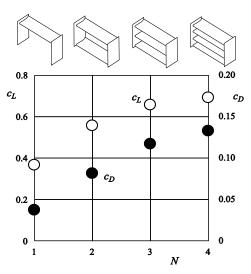


Figura 3.11. Variación con el número de planos N, del coeficiente sustentación global, c_L , y del coeficiente de resistencia, c_D , de las configuraciones de alerones traseros esquematizadas; de Katz (1995).

El fenómeno no resulta sencillo de explicar, pues es el resultado de una complicada interacción de la superficie sustentadora y de su estela con el suelo cercano. Para tener un conocimiento aproximado y no demasiado riguroso de lo que ocurre en la realidad, se puede suponer como ejemplo un ala idealizada por una única herradura de torbellinos. Volviendo al modelo antes empleado de los tubos de torbellinos, la vorticidad ha de entrar en el ala por uno de los bordes marginales del ala y salir, sin pérdidas, por el opuesto, de modo que, en esencia, la configuración fluida a considerar es como la representada en la figura 3.12. En ésta el segmento de torbellino perpendicular a la corriente incidente U representa al ala, y los dos torbellinos orientados según dicha corriente la estela turbillonaria del ala.

Es relativamente fácil con esta descripción del ala cuantificar el efecto suelo; como se deduce del esquema, los torbellinos que conforman la estela inducen una velocidad vertical descendente, negativa, en la porción de plano z=0 situado entre los mismos, y consecuentemente también sobre el ala. Esta velocidad negativa es la causa, según el modelo de Prandtl, de que aparezca resistencia inducida, y también justifica que la sustentación producida por el ala disminuya (aunque éste es un efecto de segundo orden que no suele ser considerado al analizar los resultados del modelo de Prandtl).

Obviamente el esquema turbillonario que representa al ala y a su estela induce velocidades en todo el espacio, pero si el ala vuela sobre una superficie plana, a una cierta altura h, es claro también que sobre tal superficie

no puede haber velocidades verticales, ni positivas ni negativas. Para modelar esta nueva configuración (un ala en presencia de un suelo plano), se puede acudir al método de las imágenes, considerando también el campo de velocidades inducido por un ala imagen situada a una altura –*h*, por debajo del hipotético suelo.

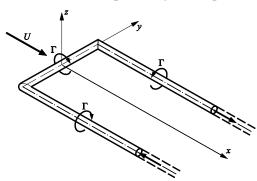


Figura 3.12. Esquema turbillonario simplificado de un ala aislada en vuelo; el ala está contenida en el plano z=0 y sobre la misma incide una corriente U en la dirección del eje x.

En esta segunda ala, imagen aerodinámicamente especular de la primera, el sentido de la circulación ha de ser el contrario, de forma que el campo de velocidades generado por la segunda sea de signo contrario al de la primera, y ambos se anulen en el plano hipotético que substituye al suelo, cumpliéndose así la condición de contorno. Lo más interesante de este modelo es que la estela del ala imagen produce sobre la primera un flujo vertical ascendente.

Por tanto, el problema físico de un ala volando cerca del suelo a una altura h es matemáticamente idealizado por dos alas, una imagen especular de la otra, volando una sobre la otra, separadas entre sí una altura 2h. Se trata ahora de evaluar el efecto que esta segunda ala imagen, que representa la reacción del suelo, ejerce sobre la primera.

Para ello es preciso analizar las velocidades verticales que la estela de torbellinos de la segunda ala induce en la primitiva (en el torbellino de cabeza que la representa). Es fácil demostrar que la velocidad vertical en el plano vertical que contiene al ala es la mitad de la que se mediría en un plano vertical situado corriente abajo, muy lejos del ala (plano de Trefftz). La situación en esta posición lejana aparece representada en la figura 3.13A, donde se muestra la huella de la estela del ala (los torbellinos de intensidades Γ y $-\Gamma$) y el suelo; en la figura 3.13B aparece la misma situación, pero ahora se ha substituido el suelo por los torbellinos imagen.

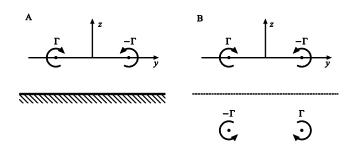


Figura 3.13. A) Esquema del plano de Trefftz del ala representada en la figura 3.12 cuando vuela sobre un suelo plano. B) Esquema del mismo problema al aplicar el método de las imágenes.

Resulta evidente, atendiendo a los signos de los torbellinos, que los torbellinos imagen inducen velocidades positivas en el segmento que une los torbellinos superiores. Para cuantificar el efecto de la altura h, basta con analizar la velocidad vertical generada por los torbellinos imagen en un punto significativo, por ejemplo en el origen de coordenadas (el punto intermedio del segmento que se extiende entre los torbellinos superiores). Esto es un sencillo ejercicio de aerodinámica potencial básica, cuyo resultado es $W/W_0 = 1/(1 + 16\eta^2)$, donde W es la velocidad vertical en el punto considerado, W_0 la velocidad vertical en dicho punto cuando $\eta = 0$, y $\eta = h/b$, siendo *b* la distancia horizontal entre torbellinos (la envergadura del ala). En la figura 3.14 se ha dibujado la función W/W_0 .

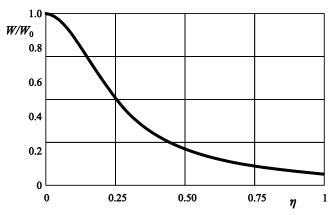


Figura 3.14. Variación con el cociente $\eta = h/b$ de la relación $W/W_0 = 1/(1+16\eta^2)$ que proporciona la velocidad adimensional en el origen de coordenadas debida a los torbellinos imagen representados en la figura 3.13B.

De acuerdo con todo este razonamiento, aunque únicamente se ha analizado el efecto en un punto, un suelo próximo a una superficie sustentadora se manifiesta como una velocidad vertical ascendente que se opone por tanto a la vertical descendente generada por la propia ala. La velocidad ascendente debida al ala

imagen tiene a elevar a la primera, mejorando en consecuencia sus prestaciones aerodinámicas. Obviamente el razonamiento es análogo si se trata de alas que producen sustentación negativa, pues basta con reproducir el modelo cambiando los signos de todas las magnitudes implicadas.

El beneficio del efecto suelo ha sido comprobado numerosas veces, tanto en vuelo como mediante ensayos en túneles aerodinámicos. Por ejemplo, en la figura 3.15 se muestra la dependencia con la altura sobre el suelo de los coeficientes de sustentación y de resistencia de un perfil medidos en un túnel con suelo rodante. Nótese que el comportamiento se asemeja bastante al predicho por el razonamiento anterior, excepto para valores muy pequeños de la altura, donde los torbellinos primitivos e imagen están ya tan próximos que tienden a contrarrestarse entre sí.

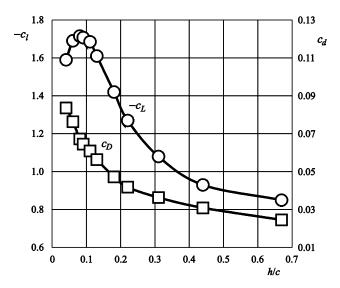


Figura 3.15. Variación con la altura sobre el suelo, adimensionalizada con la cuerda, h/c, del coeficiente de sustentación, c_l , y de resistencia, c_d , de un perfil ensayado en un túnel con suelo rodante; de Katz (2006).

4. ENSAYOS REALIZADOS EN IDR/UPM

La experiencia en la E.T.S.I. Aeronáuticos en el campo de la aerodinámica del automóvil es muy limitada, restringida exclusivamente, hasta donde se conoce, al ámbito de la aerodinámica experimental, aunque es evidente que cualquiera de los grupos que trabajan en aerodinámica numérica orientada a la aeronáutica podrían aplicar sus métodos a la aerodinámica de coches. En lo que respecta a la aproximación experimental, la Universidad Politécnica Madrid, y por tanto la Escuela, dispone en el entorno del Instituto "Ignacio Da Riva", IDR/UPM, de diversas instalaciones de ensayos, túneles aerodinámicos, que

permiten satisfacer las necesidades de ensayos de un amplio espectro de empresas nacionales y extranjeras. El carácter actual de estas instalaciones de ensayos se debe a la decisión que fue necesario tomar en su día, cuando IDR/UPM comenzaba su andadura como instituto de investigación de la UPM a mediados de la década de 1990, tras una profunda remodelación de los locales de la ETSIA que obligó a destruir el túnel entonces existente. En aquel momento se decidió que las nuevas instalaciones de ensayos aerodinámicos habrían de estar orientadas a aplicaciones de aerodinámica no aeronáutica (Sanz y otros, 2000 a, 2000 b, Meseguer & Pindado, 2002).

En la actualidad las instalaciones de ensavos aerodinámicos del Instituto Universitario Microgravedad "Ignacio Da Riva" (IDR/UPM), y están repartidas entre el campus de la Ciudad Universitaria, en la E.T.S.I. Aeronáuticos, y el campus de Montegancedo, en el Centro de Investigación y Desarrollo Aeroespacial de la E.T.S.I. Aeronáuticos ubicado en el Parque Tecnológico de Montegancedo, como se indica en los cuadros siguientes. En la denominación de las instalaciones la primera letra, A o S, indica si el flujo en la cámara de ensayos es aspirado o soplado, según los ventiladores estén corriente abajo o corriente arriba de dicha cámara, después se indica el número de ventiladores, añadiéndose una C si éstos son centrífugos, y otras claves adicionales cuando son necesarias.

Los túneles aerodinámicos disponibles actualidad, han sido diseñados y construidos por personal de IDR/UPM, y constituyen en la actualidad un conjunto de instalaciones de referencia para ensayos aerodinámicos de proyección nacional e internacional. Hay que decir que una parte no pequeña de la actividad experimental está orientada hacia la energía eólica: el Instituto es una de las dos instituciones españolas pertenecientes a la Academia Europea de la Energía (EWEA), además IDR/UPM posee la acreditación de ENAC como ente calibrador de acuerdo con la norma UNE-EN ISO/IEC 17025, y es el único laboratorio español miembro de la red europea MEASNET, red de centros de ensayo de energía eólica, acreditado para calibrar anemómetros de acuerdo a sus procedimientos.

En el primer cuadro se resumen las características de los túneles aerodinámicos de IDR/UPM en funcionamiento en la E.T.S.I. Aeronáuticos (Campus de Moncloa); en la tabla se indican anchura, a, altura, b, y longitud, c, de la cámara de ensayos, la longitud total del túnel, l, y la velocidad máxima en la cámara de ensayos, $V_{\rm max}$. Las magnitudes correspondientes a

los túneles aerodinámicos situados en el Campus de Montegancedo aparecen en el segundo cuadro.

Campus de Moncloa

Túnel	<i>a</i> [m]	<i>b</i> [m]	<i>c</i> [m]	<i>l</i> [m]	V _{max} [m/s]	Aplicaciones
A9	1.5	1.8	3.0	15.0	28	Cargas estáticas y dinámicas
S4	0.9	0.9	2.0	12.0	26	Calibración de anemómetros
S1C	0.15	0.8	1.2	9.6	30	Cargas estáticas y dinámicas
A4C	0.2	1.8	1.8	7.5	35	Cargas estáticas y dinámicas

Campus de Montegancedo

Túnel	<i>a</i> [m]	<i>b</i> [m]	<i>C</i> [m]	<i>l</i> [m]	V _{max} [m/s]	Aplicaciones
ACLA 16	2.2	2.2	20	40.0	30	Cargas estáticas y dinámicas
A6	0.5	2.5	3.2	14.5	36	Cargas estáticas y dinámicas
S4/A	1.0	1.0	2.0	12.5	26	Calibración de anemómetros
S4/B	1.0	1.0	2.0	12.5	26	Calibración de anemómetros

En esta segunda tabla la clave CLA indica que es un túnel de simulación de capa límite atmosférica, y las claves /A y /B que son dos modelos de un mismo túnel. En Meseguer y otros (2007), Meseguer, Barrero-Gil & Alonso (2010), Ruótolo & Meseguer (2010) y Meseguer y otros (2010) se pueden encontrar detalles sobre estas instalaciones de ensayos aerodinámicos, y en www.idr.upm.es se presentan los ensayos realizados desde el año 1997 (más de ciento cincuenta) para diferentes empresas e instituciones.

Además de los mencionados hay otros túneles de uso muy específico (un túnel hidrodinámico para ensayos de visualización y un túnel de ráfagas para el análisis del levantamiento de balasto al paso de los trenes de alta velocidad), y otras instalaciones menores empleadas para actividades docentes. Además en IDR/UPM se ha diseñado y construido un túnel aerodinámico para la Universidad de León y se ha diseñado también para la empresa Aries el túnel que ésta ha fabricado para la Universidad de Málaga.

En el ámbito concreto de los automóviles, la única experiencia en IDR/UPM tuvo que ver con el estudio experimental del efecto de diferentes elementos rompedores de capa límite en la parte posterior de un modelo de coche utilitario de SEAT, y con el estudio de alternativas de la geometría posterior (versiones de cuatro o de cinco puertas) de un vehículo medio también de SEAT, en ambos casos bajo contratos con SENER. En los dos modelos de coche el problema a resolver estuvo relacionado con la generación de una fuerza de sustentación negativa en la parte trasera del vehículo que disminuyera la sustentación global del coche, y con el impacto de las diferentes soluciones en la resistencia aerodinámica.

Los modelos de ensayo empleados fueron tres (figura 4.1) todos ellos a escala 1/4. El primer modelo ensayado fue proporcionado por SEAT (es el construido con más detalles de los que se muestran en la figura 4.1, que aparece situado a la derecha de la imagen), y la finalidad de los ensayos no fue tanto la obtención de nuevos resultados sino evaluar la capacidad de IDR/UPM para este tipo de ensayos aerodinámicos. Para ello se instrumentó el modelo suministrado con tomas de presión, a fin de comparar las medidas experimentales con los datos ya existentes.



Figura 4.1. Modelos a escala 1/4 de automóviles de serie ensayados en el túnel A9 de IDR/UPM.

Superada esta primera fase, en la siguiente se midieron las distribuciones de presión sobre dos versiones de un modelo de vehículo medio. El modelo de ensayos, mucho más simplificado que el anterior, fue construido en IDR/UPM (es el que aparece a la izquierda en la figura 4.1), y equipado con tomas de presión repartidas por la superficie del modelo, con mayor densidad de tomas en la parte trasera, pues uno de los objetivos de los ensayos fue también generar una base de datos experimentales sobre distribuciones de presión en las zonas del coche donde la capa límite está desprendida, donde los métodos numéricos son de validez cuestionable.

Para los ensayos de la tercera tanda se construyó un modelo de vehículo utilitario a la misma escala 1/4, también equipado con tomas de presión, con diferentes modelos de rompedores de capa límite intercambiables. Este modelo es el que aparece en el centro de la imagen de la figura 4.1, y con más detalle en la figura 4.2, donde se puede observar con claridad el dispositivo empleado para provocar el desprendimiento de la capa límite (spoiler): un saliente colocado en la parte superior de la luneta trasera, cuya misión es evitar que la capa límite se adhiera a la luneta tras haber recorrido el techo del coche; de este modo se anula el pico de succión que aparecería donde confluyen techo y luneta, disminuyendo por tanto la sustentación en la parte posterior del automóvil. Los resultados medidos están sujetos a cláusulas de confidencialidad, por lo que no es posible hacerlos públicos en su totalidad.

Para proporcionar una cierta idea del efecto de los dispositivos ensayados en la figura 4.3 se muestra el efecto de las características geométricas de los salientes en la configuración fluida sobre la luneta, habiéndose representado en función del cociente h_s/c_s entre la altura del saliente, h_s , y su cuerda, c_s , la relación l_b/l_t , donde l_b es la longitud de la burbuja de recirculación que se forma sobre la luneta cuando la capa límite se readhiere, y l_t la longitud total de la luneta. En este gráfico el valor $l_b/l_t=1$ indica que la burbuja de recirculación ha llegado al borde inferior de la luneta, donde la readherencia ya no es posible, de modo que en realidad este valor indica que el flujo está completamente desprendido en la superficie trasera del vehículo.



Figura 4.2. Vista próxima del modelo de ensayos equipado que un saliente rompedor de capa límite en la zona de unión de techo y luneta trasera.

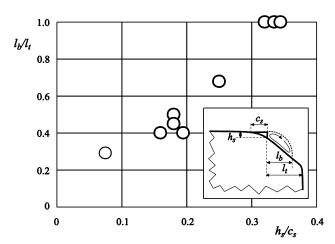


Figura 4.3. Variación de la relación l_b/l_t , donde l_b es la longitud de la burbuja de recirculación que se forma sobre la luneta trasera cuando la capa límite se readhiere, y l_t la longitud total de la luneta, con el cociente h_s/c_s entre la altura del saliente que fuerza el desprendimiento de la capa límite, h_s , y su cuerda, c_s .

REFERENCIAS

Alonso, G., Meseguer J. & Pérez-Grande, I., Galloping Instabilities of Two-Dimensional Triangular Cross-Section Bodies, Experiments in Fluids, Vol. 38, pp. 789-795, 2005.

Barnard, R.H., Road Vehicle Aerodynamic Design. An Introduction, Addison Wesley Longman Ltd., Harlow, U.K., 1996.

Barrero, A., Meseguer, J., Sanz Andrés, A. & Pérez-Saborid, M., Aerodinámica de altas velocidades, Garceta, Madrid, España, 2010.

ESDU 0001, Engineering Science Data Units, Aerodynamic Series: Records of Documents (January 2000), 2010.

Flegl, H. & Rauser, M., High-Performance Vehicles, en Aerodynamics of Road Vehicles, Chapter 7, W.H. Hucho, Ed., Butterworth-Heinemann, London, U.K., 1990.

Guilmineau, E., Computational Study of Flow around a Simplified Car Body, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 96, pp. 1207-1217, 2008.

Hucho, W.H., Aerodynamic Drag of Passenger Cars, en Aerodynamics of Road Vehicles, Chapter 4, W.H. Hucho, Ed., Butterworth-Heinemann, London, U.K., 1990.

Katz, J., Aerodynamics of Race Cars, Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 38, pp. 27–64, 2006.

Katz, J., Race Car Aerodynamics. Designing for Speed, R. Bentley, Inc., Cambridge, Massachusetts, U.S.A., 1995.

Meseguer, J., Barrero-Gil, A. & Alonso, G., Ensayos aeroelásticos de puentes en túneles aerodinámicos, Hormigón y Acero, Vol. 61, No. 256, pp. 71-81, 2010. Meseguer, J. & Pindado, S., Túneles aerodinámicos para medida de las cargas del viento, Mundo Científico, No. 235, pp. 70-75, 2002.

Meseguer, J. & Sanz Andrés, A., Aerodinámica básica, 2ª edición, Garceta, Madrid, España, 2010.

Meseguer, J., Sanz-Andrés, A., Barrero-Gil, A., Franchini, S., Martínez, A., Pindado, S. & Vega, E., El túnel aerodinámico ACLA-16 de la Universidad Politécnica de Madrid, Ingeniería Aeronáutica y Astronáutica, No. 396, pp. 12-19, 2010.

Meseguer, J., Sanz-Andrés, A., Franchini, S. & Pindado, S., Instalaciones de aerodinámica experi-

mental para ingeniería civil de la Universidad Politécnica de Madrid, 8° Congreso Iberoamericano de Ingeniera Mecánica, Cuzco, 23-25 Octubre, 2007.

Sanz, A., Perales, J.M., Meseguer, J., Laverón, A. & Bezdenejnykh, N.A., Las instalaciones de aerodinámica experimental de la E.T.S.I. Aeronáuticos. Parte I: 1960-1993, Ingeniería Aeronáutica y Astronáutica, No. 358 (1/2000), pp. 27-35, 2000 a.

Sanz, A., Perales, J.M., Meseguer, J., Laverón, A. & Bezdenejnykh, N.A., Las instalaciones de aerodinámica experimental de la E.T.S.I. Aeronáuticos. Parte II: 1994-, Ingeniería Aeronáutica y Astronáutica, No. 360 (3/2000), pp. 2-8, 2000 b.

Ruótolo. A. & Meseguer, J., A low cost, low speed wind tunnel for dynamic stall measurement, European Wind Energy Conference & Exhibition - EWEC 2010, Warsaw, Poland, 20 - 23 April 2010.

Torenbeek, E., Synthesis of Subsonic Airplane Design, Delft University Press & Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Netherland, 1982.