



Simulación Computacional de Ondas de Choque Balísticas

J.R. Aguilar^a, R.A. Salinas^b & M.A. Abidi^c

^a *Departamento de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Santiago de Chile, Casilla 201-2, Santiago, Chile.*
jaguilar@usach.cl

^b *Departamento de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Santiago de Chile, Ecuador 3519, Santiago, Chile.*
rsalinas@usach.cl

^c *Imaging, Robotics, and Intelligent Systems Laboratory. The University of Tennessee. 334 Ferris Hall, Knoxville, Tennessee TN 37996-2100*
abidi@utk.edu

RESUMEN: El fenómeno de emisión de ondas de choque balísticas por proyectiles de pequeño calibre a velocidades supersónicas es bastante relevante en aplicaciones de localización automática de francotiradores. Cuando estas ondas de choque están disponibles, hacen posible la estimación de los principales parámetros balísticos del evento de disparo. En este trabajo presentamos dos modelos para la simulación ondas de choque balísticas producidas por proyectiles de pequeño calibre a velocidades supersónicas. El primero corresponde a una analogía acústica en la cual se representa el proyectil como una distribución lineal de esferas pulsantes cuyos radios varían de acuerdo con la forma del proyectil. El segundo modelo, en cambio, utiliza las expresiones de Whitham acerca de la propagación de las ondas N en el campo lejano para construir un cono cuyo ángulo de abertura está determinado por el número de Mach. Series de tiempo de las formas de onda y simulaciones espaciales en 2-D de las ondas de choque balísticas obtenidas con los dos modelos son mostradas y comparadas entre sí, y con la literatura publicada al respecto.

KEYWORDS: Onda N, proyectil supersónico, aeroacústica.

1. INTRODUCCION

El fenómeno de emisión de ondas de choque balísticas por proyectiles de pequeño calibre a velocidades supersónicas es bastante relevante en aplicaciones de localización automática de francotiradores. Cuando estas ondas de choque están disponibles, hacen posible la estimación de los principales parámetros balísticos del evento de disparo, tales como la velocidad del proyectil, su trayectoria y rango, el coeficiente de arrastre, y por supuesto, la ubicación del origen del disparo [1].

Aunque las ondas de choque balísticas involucran características intrínsecamente no-lineales, varias aproximaciones lineales han sido desarrolladas para describirlas. La primera de ellas corresponde a la formulación de Whitham [2] para flujo supersónico linealizado en torno a un proyectil simétrico. Whitham introduce las así llamadas funciones F para calcular la distribución de la presión acústica a distancias cercanas al proyectil, pero en el campo lejano expresiones para la atenuación de la presión peak y el alargamiento del período de la onda N son incorporadas. Las expresiones de Whitham son ampliamente aceptadas como válidas, y han sido utilizadas en diversos estudios de ondas de choque balística producida por aeronaves supersónicas, y proyectiles supersónicos de pequeño calibre.

La segunda aproximación lineal corresponde al modelo de Ffowcs-Williams y Hawkins [3] quienes, usando la analogía acústica de Lighthill, desarrollaron una formulación para describir el fenómeno del sonido generado aerodinámicamente. La analogía acústica de Lighthill es un reordenamiento de las ecuaciones de conservación de masa y las ecuaciones de Navier-Stokes para flujo compresible, en la forma de una ecuación de onda no-homogénea. Consecuentemente, el modelo de Ffowcs-Williams y Hawkins permite la predicción completa del fenómeno de sonido generado aerodinámicamente, incluidas las ondas de choque balísticas y los tonos eólicos producidos por vorticidad. La implementación de este modelo puede ser encontrada en software de dinámica de fluidos computacional (CFD).

En este trabajo presentamos dos modelos para la simulación ondas de choque balísticas producidas por proyectiles de pequeño calibre a velocidades supersónicas. El primero corresponde a una analogía acústica introducida por Pierce [4], en la cual se considera que el proyectil puede ser representado por una distribución lineal de fuentes puntuales cuyos radios varían de acuerdo con la forma del proyectil. El segundo modelo, en cambio, utiliza las expresiones de Whitham acerca de la propagación de ondas N en el campo lejano para construir un cono cuyo ángulo de abertura está determinado por el número de Mach.

Finalmente, series de tiempo de las formas de onda N resultantes y simulaciones espaciales en 2-D obtenidas con ambos modelos son mostradas.

2. FUNDAMENTO TEORICO

2.1. Generación de Sonido por Proyectiles Supersónicos

Asumiendo el proyectil como una distribución lineal de esferas pulsantes cuyos radios varían de acuerdo con la forma del proyectil [4], la presión acústica generada por un pequeño proyectil viajando a velocidad supersónica puede ser entonces calculada utilizando la fórmula

$$p(r,t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\rho V_m^2 \partial^2 A_B(\xi) / \partial \xi^2}{r} dx \quad (1)$$

donde r es la distancia de propagación medida normal a la trayectoria del proyectil, ρ es la densidad del aire, V_m es la velocidad del proyectil en m/s, $A_B = A_B(\xi)$ es el área de la sección transversal del proyectil en función de la distancia hacia atrás medida desde la punta del proyectil, esto es

$$\xi(r) = V_m t - \frac{r}{\tan \theta} - \frac{r V_m}{c^*} \tag{2}$$

y

$$c^* = \frac{1}{(c^{-2} - V^{-2})^{1/2}} = \frac{V_m}{(M^2 - 1)^{1/2}} \tag{3}$$

donde c es la velocidad del sonido, M es el número de Mach, y θ es el ángulo del cono de Mach $\theta = \arcsen(M^{-1})$. La expresión en la ecuación (1) es una aproximación lineal del flujo supersónico en torno a un proyectil.

2.2. Ondas de Choque Balísticas en el Campo Lejano

Aunque las ondas de choque balísticas suelen ser un tanto irregulares en las cercanías del proyectil, lejos de la trayectoria de éste devienen en la bien conocida forma de onda N. La figura 1 ilustra una onda N ideal. En $t=T_0$ ocurre el primer shock y la presión acústica crece hasta el valor peak, luego la presión sonora decae linealmente hasta el valor del segundo shock ($t=T_1$).

Las principales alteraciones en la forma de onda N ocurridas a medida que el frente de onda se propaga en campo lejano son la atenuación de la presión peak y el alargamiento del período de la onda.

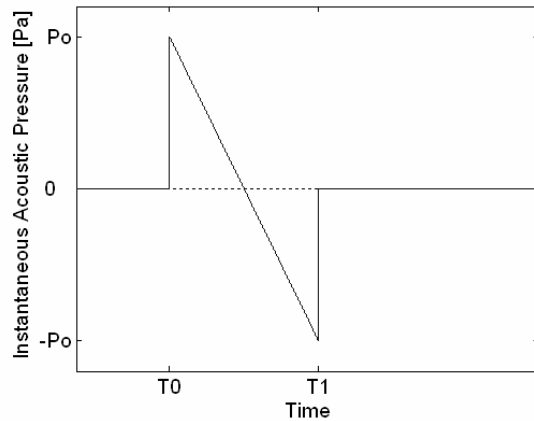


Figura 1. Gráfica de una onda N ideal. En $t=T_0$ ocurre el primer shock y la presión acústica crece hasta el valor peak, luego la presión sonora decae linealmente hasta el valor del segundo shock ($t=T_1$).

Varios modelos han sido introducidos para representar las alteraciones no-lineales ocurridas durante la propagación de las ondas N [4, 5]. Aunque un poco diferentes, todas estos modelos concuerdan en que, en el campo lejano, la presión peak decrece proporcionalmente a $r^{-3/4}$, mientras que el período de la onda N aumenta proporcionalmente a $r^{1/4}$.

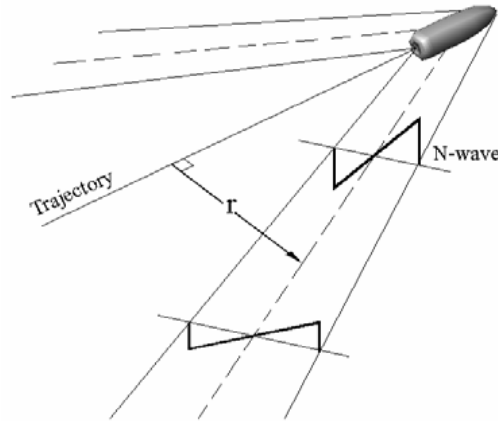


Figura. 2. Ilustración de los fenómenos no lineales durante la propagación de ondas N en el campo lejano. Observe la atenuación de la amplitud de la onda y el alargamiento del período a medida que el frente de onda se aleja de la trayectoria del proyectil.

En particular, las formulas de Whitham para la propagación de ondas N en el campo lejano establecen que presión peak del shock se atenúa acuerdo con

$$p_{peak} = \frac{0.53 P_o (M^2 - 1)^{1/8} d}{r^{3/4} l^{1/4}} \quad (4a)$$

donde P_o corresponde a la presión estática, d es el diámetro (calibre) del proyectil, y l es el largo del proyectil.

Mientras el período se incrementa como

$$T = \frac{1.82 M r^{1/4} d}{c (M^2 - 1)^{3/8} l^{1/4}} \quad (4b)$$

Observe que la razón entre la presión peak del shock y el período de la onda N es asintóticamente independiente de la geometría del proyectil. Esto implica que la relación

$$\frac{P_{peak}}{T} = 0.29 \frac{P_o (M^2 - 1)^{1/2} c}{M r} \quad (5)$$

puede ser utilizada para la determinación absoluta de la amplitud de la onda de choque, a través de la medición de la tasa de cambio del período de la onda N con la distancia [4],[5].

3. EXPERIMENTACION

3.1. Modelo Computacional

El diagrama de flujo de la figura 3 ilustra las principales etapas del algoritmo utilizado para la simulación computacional de ondas de choque de pequeño calibre. Dadas las entradas al modelo, es decir, las coordenadas del origen del disparo, la velocidad, calibre y largo del proyectil, se calcula la trayectoria a lo largo del eje x . Luego, el número de Mach y el ángulo de Mach θ son calculados.

Para el caso del modelo de la ecuación (1), la presión acústica es calculada directamente, utilizando dicha ecuación, en cada punto de la grilla de simulación.

Para el caso del segundo modelo, modelo Whitham, la presión peak y el período de la onda N son calculados utilizando las ecuaciones (4a) y (4b), respectivamente. A fin de construir el cono de Mach, a medida que la distancia r desde la fuente aumenta, las ondas N son alineadas a lo largo de una línea recta que forma un ángulo θ con la trayectoria. De este modo, las ondas N se ubicaran sucesivamente a una distancia $\xi = \xi(r)$, dada por la ecuación (2). La simetría cilíndrica involucrada en este problema se resuelve mediante la revolución en torno al eje x del modelo.

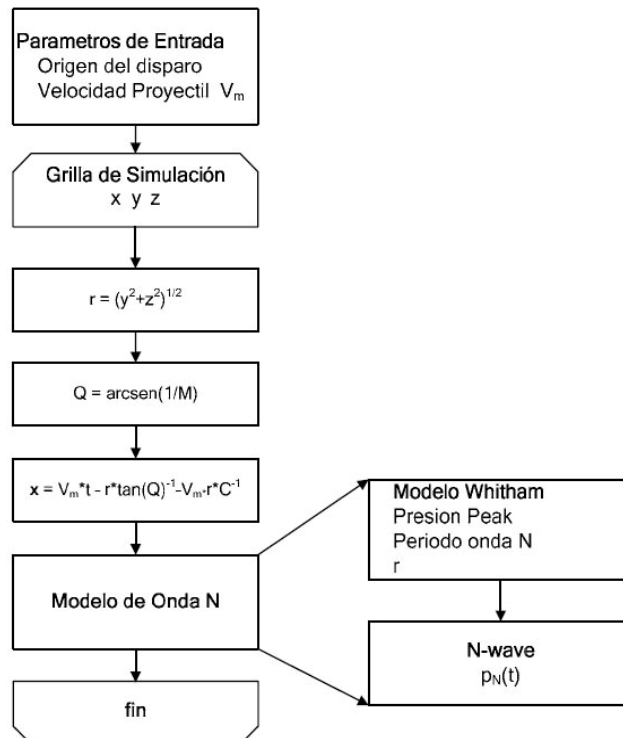


Figura. 3. Diagrama de flujo del algoritmo utilizado para la simulación computacional de ondas de choque de pequeño calibre. El modelo de onda N corresponde aquí a las expresiones de Whitham para propagación en campo lejano.

3.2. Resultados de Simulación

La presión acústica, según la ecuación (1), fue calculada para varios tipos de proyectiles incluyendo esféricos, cónicos, y sinusoidal. Como ejemplo se incluye aquí un proyectil cuyo radio varía de acuerdo con la función seno cuadrado, es decir,

$$r(\xi) = \sin\left(\frac{\pi \xi}{L}\right)^2 \quad (6)$$

La onda de choque balística calculada a una distancia $r = 10$ m se ilustra en la figura 4. Aunque ésta es cualitativamente distinta de las ondas N observadas en disparos reales [6], aun mantiene algo de la forma de N característica. Adicionalmente, dos peaks en vez de solo uno, y un notorio ripple siguiendo los shocks pueden ser apreciados. Resulta interesante conjeturar que el ripple observado se asemeja al tono eólico producido por la estela de vorticidad que deja el proyectil, esto sin duda merece futura investigación.

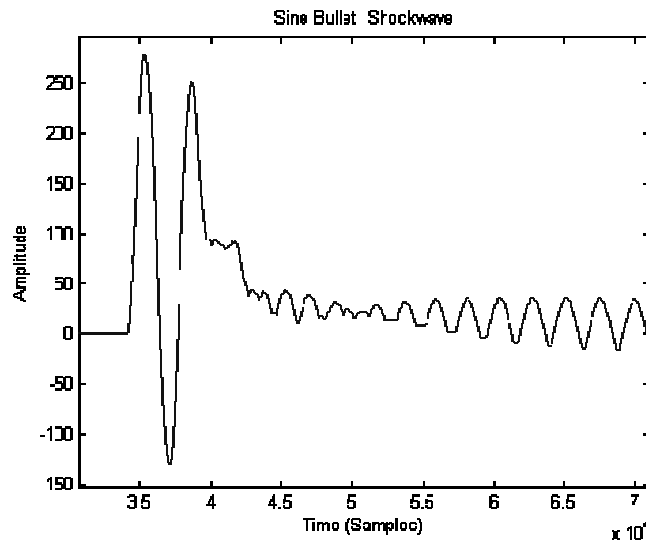


Figura 4. Onda N obtenida a 10 m desde la trayectoria mediante la ecuación (1) y considerando un proyectil cuyo radio varía de acuerdo con la ecuación (6).

Ondas de choque balísticas fueron simuladas utilizando el modelo computacional descrito previamente. Nuestros recursos de hardware consistieron en un procesador Pentium IV a 3.4 GHz provisto con 2 GB de memoria ram. Simulaciones en 2-D utilizando la ecuación (1) y las ecuaciones (4a) y (4b) fueron realizadas.

Un proyectil calibre 7.62 mm a una velocidad $V_m=860$ m/s fue utilizado en ambas simulaciones. Los resultados de simulaciones en 2-D utilizando la ecuación (1) y las ecuaciones (4) se muestran en las figuras (5a) y (5b), respectivamente.

Cuando estas simulaciones son comparadas con fotografías schlieren de alta velocidad obtenidas de disparos producidos por armas del mismo tipo utilizado en las simulaciones [7], observamos que nuestros resultados concuerdan cualitativamente con las fotografías schlieren.

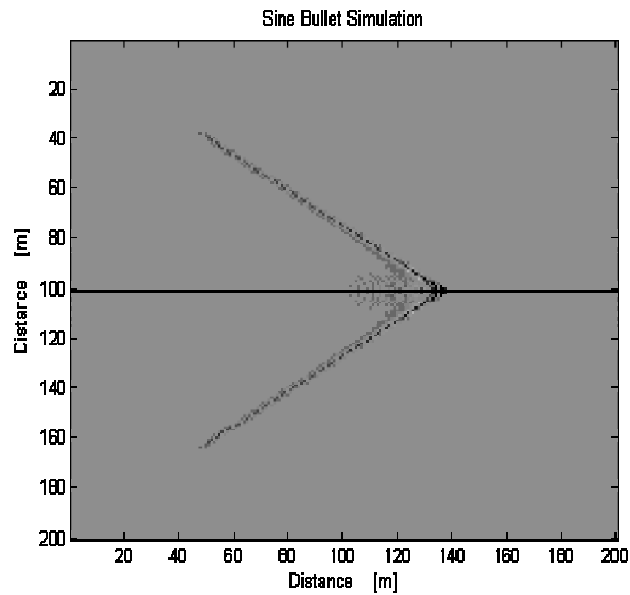


Figura. 5a. Simulación en 2-D de una onda de choque balística utilizando el modelo de Pierce, ecuación (1), y considerando un proyectil cuyo radio varía de acuerdo con la ecuación (6).

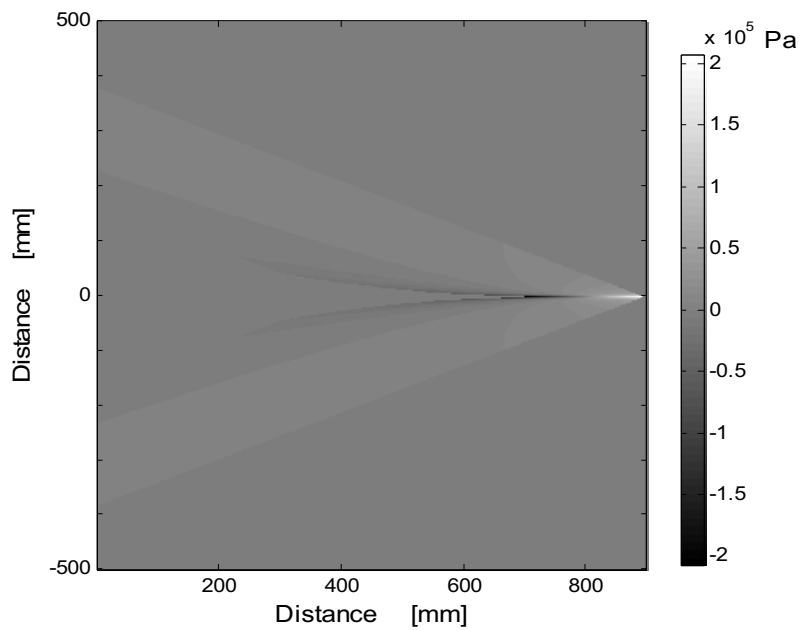


Figura. 5b. Simulación en 2-D de una onda de choque balística utilizando las expresiones de Whitham. Calibre del proyectil: 7.62 mm, velocidad = 860 m/s

4. CONCLUSIONES

Han sido presentados dos modelos para la simulación computacional de ondas de choque balísticas producidas por proyectiles de pequeño calibre a velocidades supersónicas.

El primer modelo estudiado está basado en la formulación de Pierce la cual es una analogía acústica de esferas pulsantes. El segundo modelo usa las formulas de Whitham para la propagación de ondas N en el campo lejano.

Cuando simulaciones en 2-D realizadas con ambos modelos son comparadas con fotografías schlieren de disparos reales, observamos que sí hay concordancia al menos en términos cualitativos.

Sin embargo, los valores de presión peak del frente de onda de choque y del período de la onda N obtenidos mediante el modelo basado en las formulas de Whitham se aproximan más a la realidad, que aquellos obtenidos con el modelo de Pierce.

Los resultados obtenidos en este trabajo serán integrados en un modelo general de ruido producido por armas de fuego de pequeño calibre que está siendo desarrollado para aplicaciones de localización de automática de francotiradores.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Duckworth, G. and Barger, J. (1997). "Acoustic counter-sniper system." Proc. SPIE Vol. **2938**, p. 262-275.
- [2] Whitham, G.B., (1950). "The flow pattern of a supersonic projectile". Commun. Pure Appl. Math, **V**, 301-348.
- [3] Ffowcs-Williams, J. and Hawkins, D., (1969). "Sound Generated by Turbulence and Surfaces in Arbitrary Motion", Philosophical Transactions of the Royal Society, Vol. A264, 1969, pp. 321-342.
- [4] Pierce, A. D., (1989). *Acoustics: An introduction to its physical principles and applications*. (The Acoustical Society of America, Sec. 11-10, pp. 606-615.
- [5] DuMond, J., Cohen, E., Panofski, W., and Deeds E. (1946), "Determination of the wave forms and laws of propagation and dissipation of ballistic shock waves." J. Acoust. Soc. Am. **18**, 97-118.
- [6] Stoughton, R. (1997), "Measurements of small-caliber ballistic shock waves in air." J. Acoust. Soc. Am. **102**, 781-787.
- [7] Settles, G., Grumstrup, T.P., Miller, J.D., Hargather, M.J., Dodson, L.J., and Gatto, J.A. (2005), "Full-scale high-speed "edgerton" retroreflective shadowgraphy of explosions and gunshots." Proceedings of PSFVIP-5. 5th Pacific Symposium on Flow Visualisation and Image Processing.