

ACCIÓN DEL VIENTO SOBRE UN SÓLIDO GIRATORIO

Un cuerpo libre para girar alrededor de un eje, y sometido a la acción del viento, tomará movimiento de rotación siempre que la resistencia del aire tenga alguna componente tangencial para vencer la fuerza de inercia, y seguirá su giro con velocidad creciente, hasta que desaparezca esta componente tangencial, si el cuerpo es completamente libre en su giro, o hasta que el par motor producido por esta fuerza tangencial (producto de ella por su distancia al eje o brazo de palanca) se haga igual al **par resistente**, si el cuerpo está frenado.

Los mismos casos estudiados en el capítulo anterior pueden ser considerados en éste con sólo tener en cuenta que si en aquéllos el cuerpo giratorio actuaba contra el aire comprimiéndole por su parte delantera con relación al movimiento, en el caso presente es el viento el que acciona sobre el cuerpo comprimiéndose contra su cara posterior e impulsándole en el sentido de su dirección. Según esto, el caso del plano giratorio que contenga el eje no puede dar lugar a ningún movimiento cuando está sometido a viento paralelo a él, por no producirse componente tangencial, a no ser que el viento sea giratorio, o torbellino, en cuyo caso arrastrará al plano en su mismo movimiento.

Si se trata de un viento oblicuo o normal, el plano se orientará hasta colocarse en el determinado por el eje y la dirección del viento, como en una veleta. Tendrá dos posiciones de equilibrio: una, inestable por delante del eje; y otra, estable por detrás de él.

Un plano inclinado paralelo al eje (fig. 142) y sometido a viento oblicuo o normal a éste, quedará en equilibrio también cuando se anule la componente tangencial de la acción del viento, bien por anularse esta acción o porque corte al eje; así resultarían cuatro posiciones de equilibrio: dos puramente teóricas, a y b, cuando el plano es paralelo al viento,

por anularse el ángulo de ataque, y otras dos (únicas en la práctica), una estable, c, y otra inestable, d, en que la reacción del viento sobre el plano pasa por el eje. Si el plano es normal al radio de giro en su centro de gravedad, habría, asimismo, cuatro posiciones de equilibrio: las dos en que es paralelo al viento y las dos en que es normal ; pero en la práctica sólo habrá las dos últimas, puesto que en las primeras

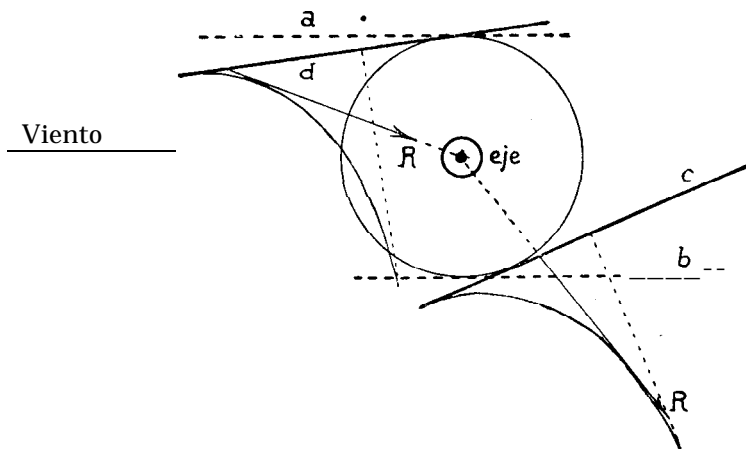


FIG. 142

Equilibrio de un plano giratorio paralelo al eje.

siempre ha de existir alguna reacción del aire producida por el espesor del plano, y el rozamiento en su superficie. En todos estos casos se puede determinar la posición de equilibrio trazando desde el eje una tangente a la curva metacéntrica del plano, y el ángulo de ataque correspondiente será el que ha de formar con el viento en la posición buscada.

El plano inclinado que pase por el radio de giro sometido a viento axial tomará un movimiento de rotación continua, y al ir creciendo su velocidad, el ángulo real de ataque irá disminuyendo hasta que la reacción del aire sea paralela al eje o lo corte. La velocidad de giro que compuesta con la del viento dé el ángulo de ataque medio que satisface esta condición, será la máxima que adquirirá el plano y determinará su régimen permanente de rotación, puesto que ha-

brá quedado anulada la componente tangencial (fig. 143). El problema se calcularía por los mismos procedimientos indicados en el capítulo anterior, teniendo en cuenta la curva metacéntrica del plano.

Si el plano estuviera frenado por una resistencia tangen-

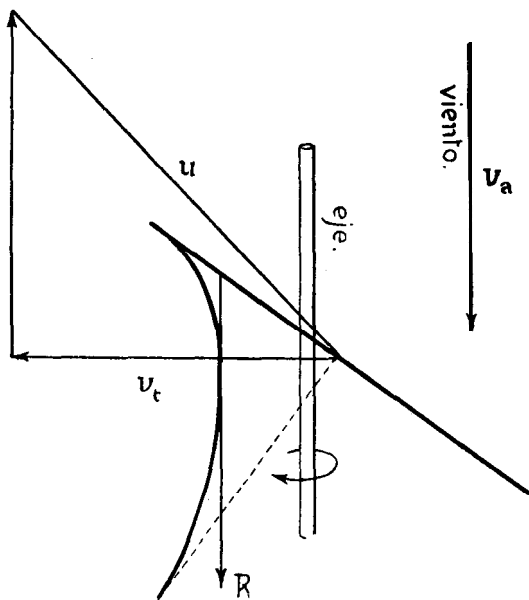


FIG. 143

Equilibrio de un plano giratorio que contiene un radio.

cial, constante o variable con la velocidad de giro, R'_i , aplicada a un punto distante r' del eje, el par resistente $M = R'_i \times r'$ tendría que ser vencido por el par motor creado por la componente tangencial de la reacción del viento R , que suponemos aplicada a la distancia r del eje. La velocidad de giro crecerá mientras el par motor sea superior al resistente, llegando al régimen máximo cuando ambos se equilibren.

La fuerza tangencial resistente R'_i , moviéndose con el plano giratorio con su velocidad de rotación, que suponemos haya llegado a ser de ω vueltas por segundo, y con una velocidad tangencial que, por tanto, será de $2 \pi r \omega$ metros por segundo,

desarrollará una potencia, P_u , **que** podrá utilizarse (excepto la parte perdida en rozamientos), y que será igual al producto de aquella fuerza tangencial por su velocidad o , lo que es igual, según es fácil ver, al producto del par motor (o resistente, puesto que les suponemos equilibrados) por $2 \pi \omega$.

El viento, al actuar sobre este plano giratorio, produce, además, una componente axil, R_a , de su reacción que trata de arrastrar al plano a lo largo de su eje en la dirección del viento.

La potencia motriz P_m del aire, en este caso, será igual al producto de la componente axil R_a por la velocidad v_a del viento en dirección del eje, de donde podemos deducir el valor del rendimiento mecánico del plano giratorio, que será:

$$\rho = \frac{P_u}{P_m} = \frac{R_t \times 2 \pi r \omega}{R_a \times v_a}$$

También podemos suponer sustituido el plano por una superficie helicoidal que tendría paso constante y que, montada libremente sobre un eje, giraría por la acción de un viento en esta dirección hasta que su velocidad de giro alcanzara un valor límite, para el cual el ángulo de ataque resultante originara la anulación de la componente tangencial de la acción del viento, bien por hacerse paralela al eje o por equilibrarse con la componente tangencial resistente.

En la práctica, el problema que se trata de resolver con estos cuerpos giratorios es el de desarrollar una potencia útil aprovechable, y para ello, como en el capítulo anterior, hay que prescindir de las superficies planas y helicoidales y recurrir a los cuerpos de perfil de ala, de muy superior rendimiento aerodinámico. De este modo se realizan los motores de viento o *molinetes*.

El cálculo y determinación de su forma se hace exactamente lo mismo que en el caso de las hélices, con sólo tener en cuenta que, una vez trazadas las líneas que representan las direcciones del viento relativo en las distintas secciones de cada pala, el perfil de ala habrá que dibujarlo invertido con relación al viento y de modo que se mueva hacia su lado convexo (fig. 144).

Por ser negativo el ángulo de ataque en los perfiles pueden

considerarse los molinetes como hélices de radio negativo, según se indica en la figura 145.

Las fórmulas que hemos obtenido para las hélices son completamente generales puesto que no se ha impuesto condición alguna al signo de r y, por tanto, serán perfectamente aplica-

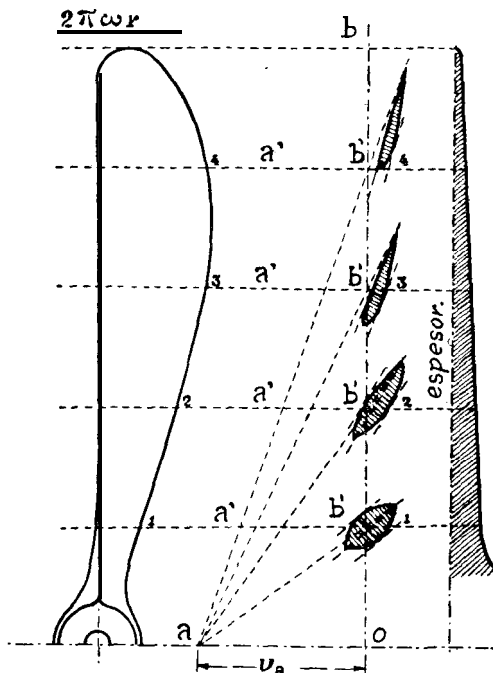


FIG. 144

Trazado de un molinete.

bles al caso de molinetes sin más que cambiar el signo a r o a α . Así tenemos:

Rendimiento de un perfil cualquiera de la hélice:

$$P = \frac{\beta - \frac{v_a}{2\pi\omega r}}{\beta + \frac{v_a}{2\pi\omega r}} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \varphi)}{\operatorname{tg} \alpha}$$

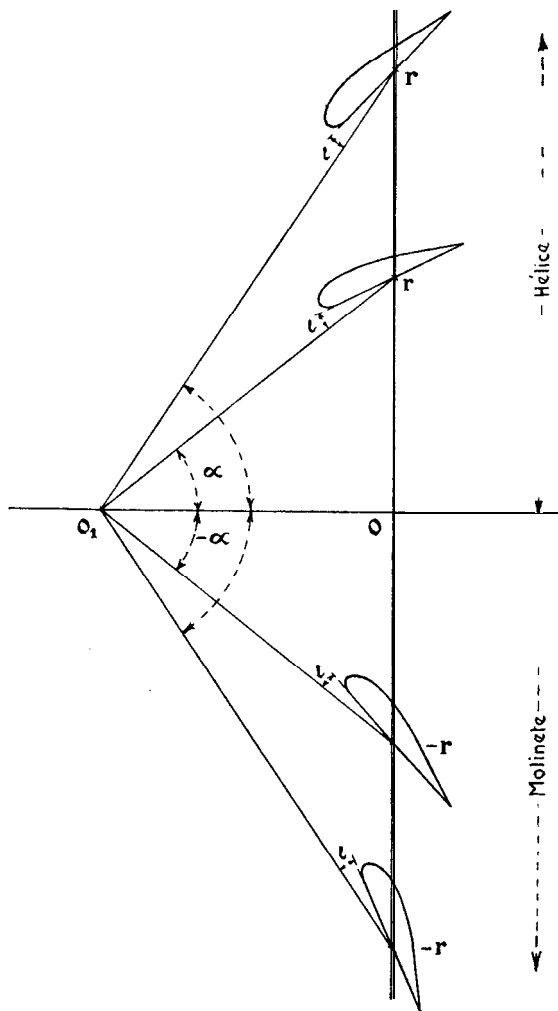


FIG. 145

El molinete es una hélice de radio negativo.

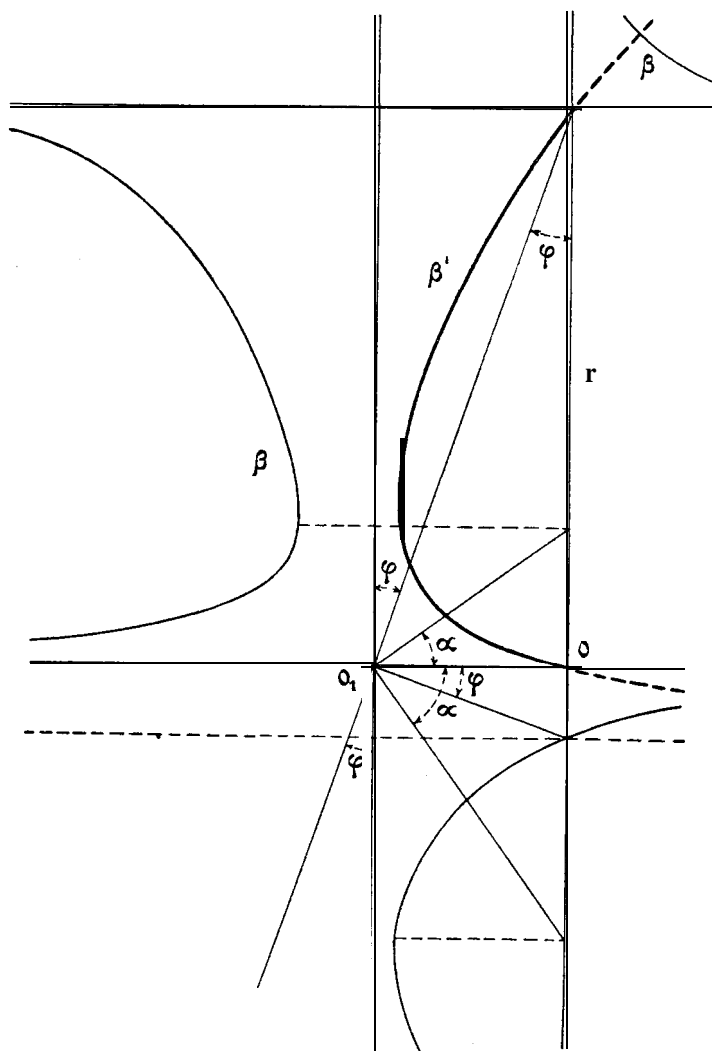


FIG. 146
 Rendimiento en una pala de molinete.

Rendimiento de un perfil cualquiera del molinete :

$$\rho' = \frac{\beta - \frac{2\pi\omega r}{v_a}}{v_a} = \frac{\operatorname{tg}(-\alpha)}{\operatorname{tg}(-\alpha - \varphi)} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}(\alpha + \varphi)}$$

$$\beta + \frac{2\pi\omega r}{v_a}$$

habiéndose invertido los términos de la fracción puesto que el esfuerzo útil en la hélice es resistente en el molinete, y recíprocamente (fig. 145).

Este rendimiento varia del modo siguiente:

para $r = 0$, $\rho' = 0$;

si r aumenta, ρ' = aumenta;

si r sigue aumentando, ρ' llega a un valor máximo, e inmediatamente comienza a disminuir hasta hacerse cero cuando

$$B - \frac{2\pi\omega r}{v_a} = 0$$

$$r = \frac{\beta v_a}{2\pi\omega}$$

si r sigue aumentando, ρ' se hace negativo, y para $r = -\infty$, $\rho' = -\infty$, y la curva tendrá la forma indicada en la figura 145, que es inversa de la obtenida prolongando la de la hélice para valores negativos de r .

Así como las hélices pueden tener un diámetro grande por ser el rendimiento siempre positivo; en cambio, en los moli-
tes no se puede pasar de $r = \beta \frac{v_a}{2\pi\omega}$ por ser el rendimien-
to negativo para valores mayores.

El número de p hemos visto está determinado por la condición :

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi + \sqrt{\operatorname{tg}^2 \varphi + 1}$$

y en los molinetes, por ser negativo, la única solución será:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \operatorname{tg} \varphi - \sqrt{\operatorname{tg}^2 \varphi + 1} \\ &= \operatorname{tg} \varphi - \sec \varphi = \frac{\operatorname{sen} \varphi - 1}{\cos \varphi} = -\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \end{aligned}$$

lo que nos dice que el máximo del rendimiento del molinete ocurre cuando

$$\alpha = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$$

y su valor es:

$$\rho'_{\max} = \frac{\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)} = \rho_{\max}$$

igual que en el caso de la hélice.

La misma construcción que para la hélice, sin más que cambiar α en $-\alpha$, nos determinará el paso en el molinete, y su valor será:

$$\rho' = \frac{v_a}{\omega} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} (\alpha + \iota)}$$

Sus variaciones son análogas a las del rendimiento:

Para $r = 0$, $\rho' = 0$; cuando r aumenta, ρ' aumenta hasta un cierto máximo y después disminuye. Para $\alpha + \iota = 90^\circ$, o sea,

cuando $r = \frac{v_a}{2\pi\omega \operatorname{tg} \iota}$ el paso se hace nulo, y sigue decreciendo

hasta $-\infty$ para $r = \infty$ (fig. 147). Si $\iota = 0$, el paso es constante e igual a v_a/ω .

El máximo del paso se obtiene del mismo modo que el mínimo en las hélices, advirtiendo que la única raíz admisible es la negativa, es decir:

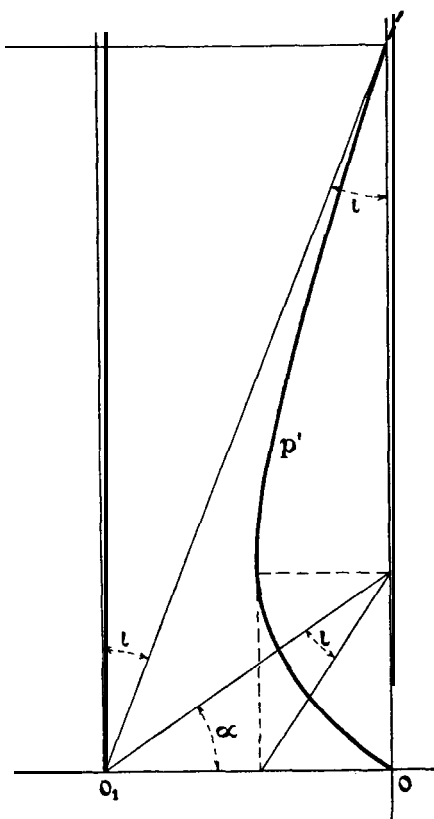


FIG. 14'7

Paso de una pala de molinete.

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} i - \sqrt{\operatorname{tg}^2 i + 1}$$

lo que ocurre para $\alpha = \frac{\pi}{4} - \frac{i}{2}$, dando un valor máximo para el paso

$$p'_{\max} = \frac{v_a}{\omega} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}(\alpha + i)} =$$

$$= \frac{v_a}{\omega} \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{l}{2}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{l}{2}\right)}$$

La potencia útil desarrollada por un molinete, así como su resistencia al avance, se calculan gráficamente por el mismo procedimiento indicado para las hélices. Tampoco se ha tenido en cuenta en este caso la interacción entre las palas del molinete, que, como en las hélices, hace disminuir el rendimiento cuando son muchas las palas o grande la relación $\omega d/v$. Si el molinete es de gran tamaño y va montado a bordo de una aeronave, convendrá que la resistencia al avance que

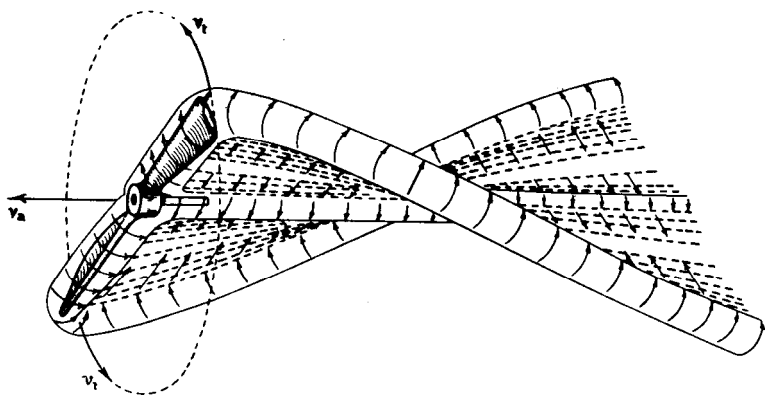


FIG. 148
Torbellinos inducidos en un molinete.

representa sea la menor posible, para lo cual hay que conseguir el máximo rendimiento disminuyendo el número de palas a dos, y algunas veces a una sola; pero si el molinete está montado en tierra no interesará nada la resistencia al viento que pueda presentar, y entonces convendrá obtener de él la mayor potencia útil multiplicando todo lo posible el número de palas, como ocurre en los molinos de viento.

Los torbellinos inducidos en un molinete (fig. 148) son análogos a los de la hélice, pero en sentido contrario.

La forma resultante no podrá ser nunca igual para una hélice que para un molinete, puesto que, determinándose en una y otra el sentido de su rotación por la posición del borde de ataque (que se conocerá por ser menos afilado que el de salida), en el molinete la cara más convexa se presenta hacia el lado en que gira, y lo contrario en la hélice. De aquí se deduce la regla práctica siguiente: para distinguir una hélice de un molinete (fig. 149), vista la pala por su extremo,

Helices.

Molinetes .

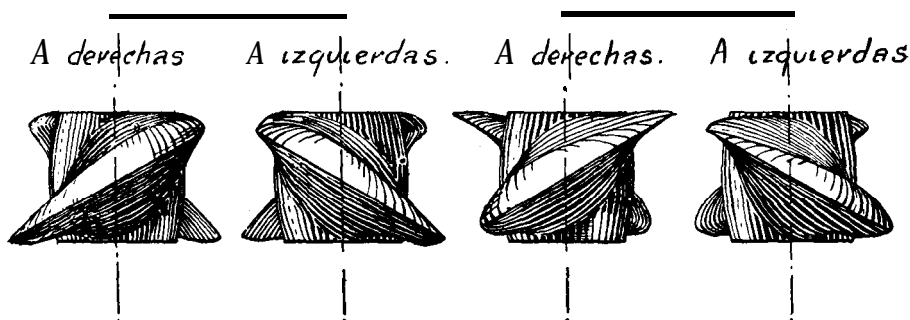


FIG. 149

Distinción entre hélice y molinete.

de modo que su perfil nos represente un ala de aeroplano, y el eje supuesto vertical, en la hélice, el ala aparece encabritada, y en el molinete, picada; y tanto en una como en otro, si el borde **más** alto está a la derecha (vista la pala en dicha posición), el sentido de rotación es a derechas, y si lo contrario, a izquierdas.

En las hélices, como ya se ha dicho, el viento es impulsado por sus palas, saliendo de ellas con mayor velocidad que entra; mientras que en los molinetes, por el **contrario**, el viento resulta frenado por ellas y sale con menor velocidad (figura 150). Esta menor velocidad en los molinetes disminuye el efecto de interacción entre sus palas y permite que el número de ellas pueda hacerse mayor que en las hélices, ganando potencia y sin perder rendimiento.

Otra diferencia esencial existe entre el funcionamiento de una hélice y el de un molinete, y es que, en los primeros, el viento sale formando un torbellino de igual sentido de rotación que la hélice, que, por la fuerza centrífuga desarrollada, se va ensanchando hasta desaparecer; y, en cambio, en un molinete, aunque también el viento, después de actuar en él, forma un torbellino, éste es mucho menos acentuado, y es de dirección contraria al giro del molinete.

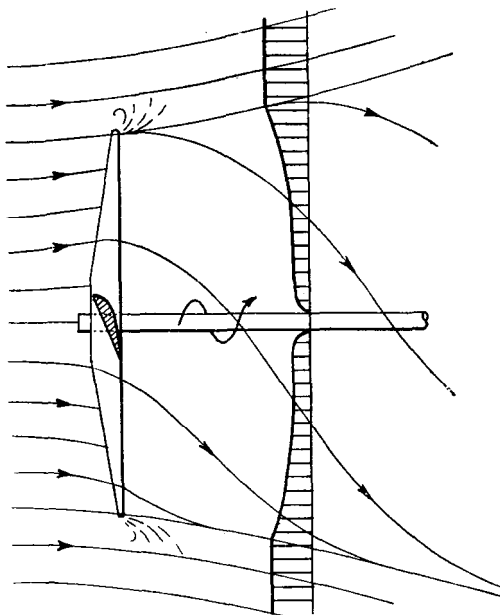


FIG. 150

Distribución de velocidad del viento en un molinete.

Todo cuanto se dijo en el capítulo anterior acerca de las hélices semejantes, de la proporcionalidad de sus esfuerzos, momentos y potencia, de los gráficos representativos de sus características, de sus familias, etc., puede aplicarse a los molinetes con sólo considerar como potencia motriz la del viento: $v_a \times R$; y como potencia útil obtenida la resistente: $2 \pi \omega M$.

Consideremos ahora dos fenómenos distintos, de importante aplicación a la Aviación, que son los llamados *autorrotación* y *autogiro*.

Si una superficie sustentadora simétrica está montada con pequeño ángulo de ataque sobre un eje horizontal que pase por su centro de gravedad y sometida a la acción de un viento en la dirección de este eje, esta superficie quedará en equilibrio indiferente en cualquier posición por razón de la simetría de las reacciones que se originen con relación al eje ; y, al ser sacada de una posición girando alrededor del eje, este movimiento de giro, componiéndose con el aire, modificará el ángulo de ataque, disminuyéndolo en el lado *en* que la cara dorsal avance y aumentándolo en el que retrocede, lo que originará en aquel lado una disminución de sustentación y en éste un aumento, que se opondrán al movimiento iniciado.

Si aumentamos el ángulo de ataque de esta superficie hasta hacerlo mayor que el que corresponde a la máxima sustentación (fig. 151), seguirá en equilibrio en cada posición ; pero

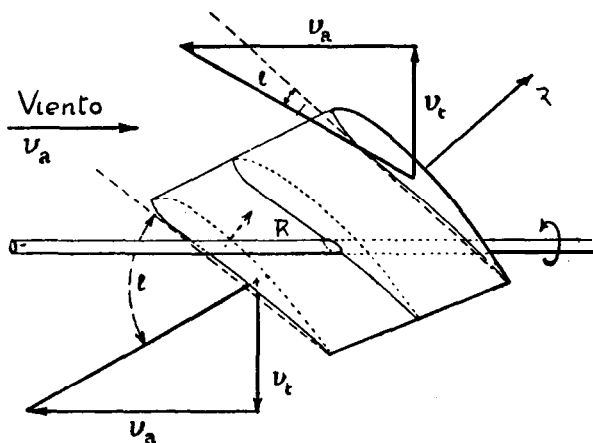


FIG. 151

Autorrotación.

si se le mueve en cualquier sentido, en el lado en que avance el dorso del ala disminuirá el ángulo de ataque y aumentará la sustentación, y lo contrario en el otro, naciendo un par mo-

tor que hará girar al ala indefinidamente en el sentido del movimiento iniciado hasta alcanzar una velocidad tal que, haciendo disminuir el ángulo de ataque real de uno de los lados por debajo del de máxima sustentación, llegue a igualar las sustentaciones de ambos costados. Este ala giratoria constituiría un molinete de sentido de rotación indiferente, y el fenómeno que lo explica tiene gran importancia en la estabilidad de los aeroplanos, como se verá en su lugar.

Consideremos ahora una hélice de varias palas (no molinete) libre para girar alrededor de un eje casi vertical, aunque algo inclinado en el sentido del viento horizontal que recibe. Este viento, actuando con gran ángulo de ataque por la parte cóncava de una de las palas y con pequeña incidencia por la convexa de otra, originará, generalmente, una reacción tangencial mayor en aquélla que en ésta, produciéndose el giro continuo de la hélice en sentido contrario a su forma natural, o sea, con el borde de salida hacia delante (fig. 152).

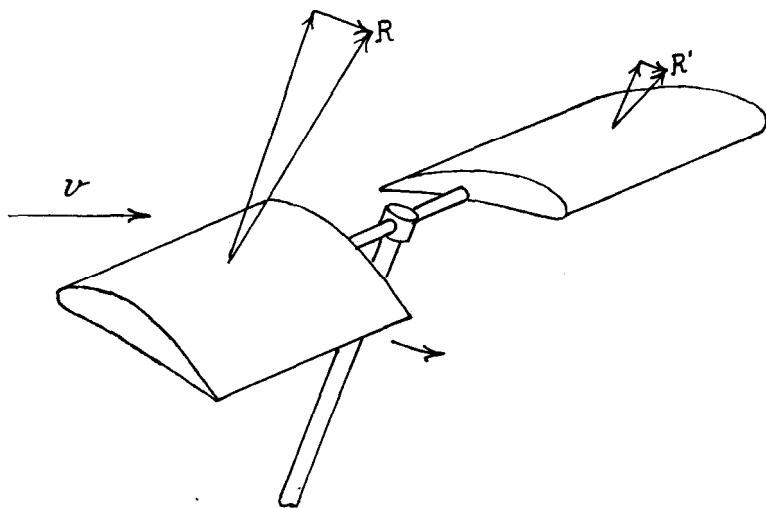


FIG. 152

Acción del viento sobre un autogiro en reposo.

Si en lugar de dejar esta hélice libre para iniciar su rotación le damos un impulso inicial hasta que adquiera una

velocidad tangencial en su extremo, muy superior a la del viento (fig. 153 a), ya recibirá el aire por su borde de ataque en todos sus puntos, excepto en una región circular, c (figura 153 b), tangente al eje, de diámetro, d , transversal al viento, al costado en que la hélice y el viento se mueven en el mismo sentido, y cuyo valor es, según calcularemos después, $d = \frac{v}{2\pi\omega}$, siendo v la velocidad del viento en me-

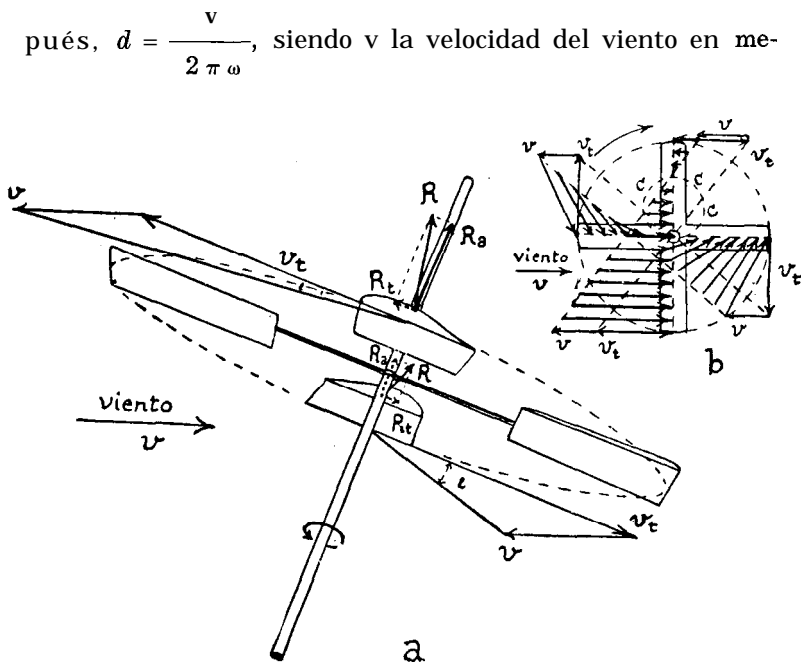


FIG. 153

Composición y distribución de velocidades en un autogiro.

tros por segundo y ω las revoluciones por segundo de la hélice. Esta región, por tanto, será tanto menor cuanto mayor sea la velocidad ω de giro.

Si el perfil del ala elegida es de gran rendimiento podrá ocurrir que, tanto a un costado como al otro, la resistencia total del aire, R , aunque inclinada hacia atrás con relación al viento relativo, quede por delante de la dirección del eje, dando lugar a una componente tangencial en el sentido del mo-

vimiento de rotación que lo acelerará hasta que esta componente (o, mejor dicho, la resultante de todas ellas en todas las posiciones del giro) se anule, conservándose entonces indefinidamente la velocidad alcanzada. En cada posición de la pala podemos descomponer la resistencia del viento en tres direcciones: tangencial, R_t ; axil, R_a , y radial, R_r ; las primeras darán resultante nula una vez alcanzada la velocidad de régimen; las segundas darán una resultante paralela al eje y situada al costado de él en que las palas giran en contra del viento, y las últimas tendrán su resultante aplicada al centro de giro (puesto que son fuerzas concurrentes en este punto) y dirigida en el sentido de viento dentro del plano de giro. El efecto de estas dos resultantes es el de levantar y arrastrar al eje en el sentido del viento y de inclinarlo hacia el costado en que las palas se mueven con el viento. De este modo se consigue que cada pala, sometida al viento casi normal a su eje de giro, tenga en casi todas sus posiciones una componente tangencial favorable al giro, excepto al paso por el plano del viento y el eje, en que, siendo perpendicular al eje la dirección del viento relativo, la componente tangencial tiene que ser opuesta al movimiento.

Este es el fenómeno descubierto por el ingeniero español don Juan de la Cierva, y designado por él con el nombre de *autogiro*, nombre que también se aplica a los aparatos voladores fundados en este fenómeno.

El cálculo y determinación de la forma de una hélice autogira es, naturalmente, mucho más complicado que la de una ordinaria, puesto que ni el ángulo de ataque ni la velocidad con que recibe el viento son constantes en todas las posiciones de cada sección durante el giro, por lo que para cada una de ellas conviene elegir el perfil que dé mayor rendimiento medio para todas sus posiciones, teniéndose en cuenta, al mismo tiempo, las variaciones que el aumento o disminución del ángulo del eje con el viento puede introducir.

Una hélice autogira puede ser considerada como una superficie sustentadora y representarse, por medio de uno de los procedimientos gráficos ya indicados, sus cualidades aerodinámicas, midiendo el ángulo de ataque por la inclinación del eje con la vertical. En la figura 154 se representa la polar de un modelo autogiro ensayado en el Laboratorio Aerodinámico

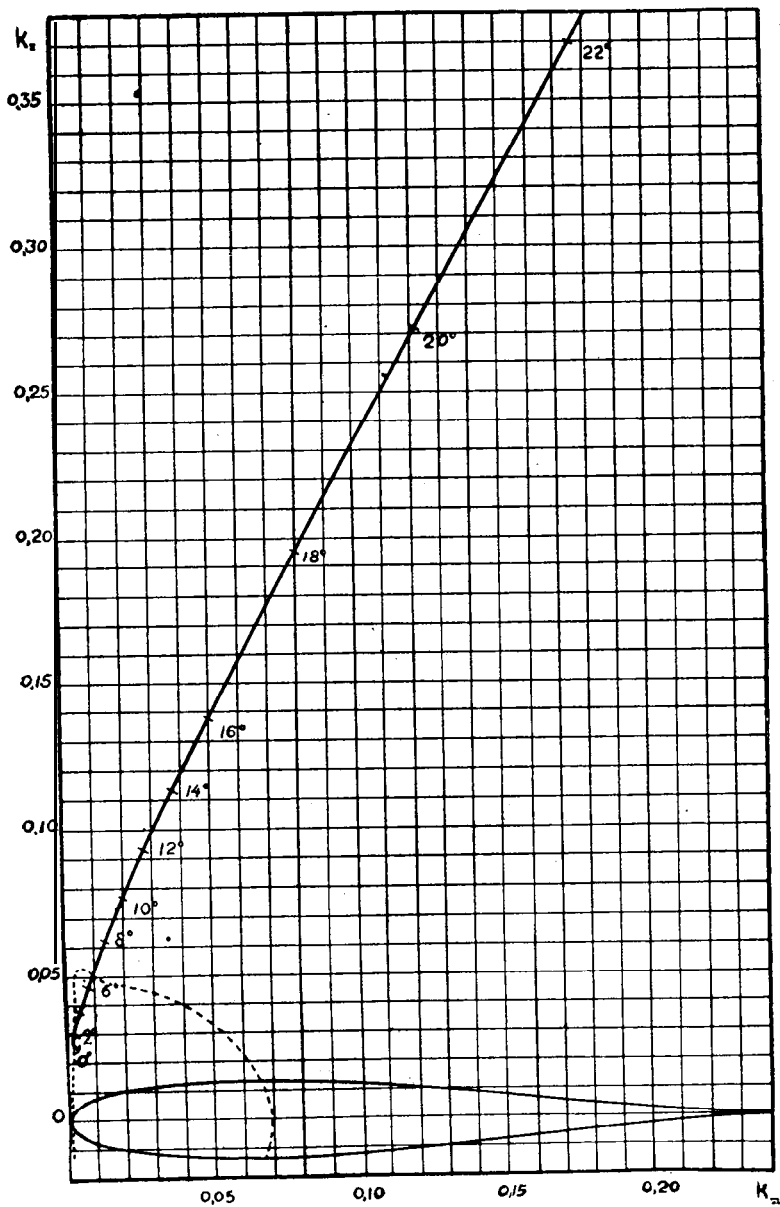


FIG. 154
polar de autogiro.

co de Aviación Militar y la del perfil empleado, que va dibujado en la parte baja, y que tenía un ángulo de ataque de dos grados con relación a su movimiento de rotación. En ella se nota que en esta clase de sustentadores el rendimiento puede igualar, y aun superar, al máximo del perfil de ala empleado en sus palas (debido a la misma causa ya indicada para

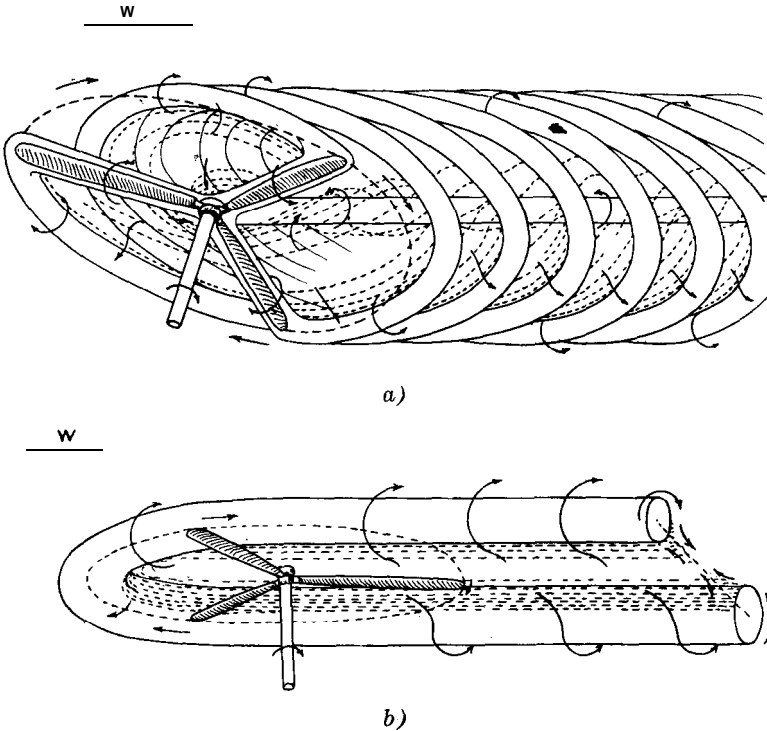


FIG. 155

Torbellinos inducidos en un autogiro.

las hélices trabajando en viento oblicuo o normal), aunque el mejor rendimiento se verifica en una zona muy estrecha de ángulos de ataque y que la sustentación máxima excede muchísimo a la conseguida en las superficies fijas de mejores condiciones sustentadoras.

Aunque la hélice autogira es accionada por el viento, y por este motivo entraría en la categoría de molinete, se la llama hélice por su forma geométrica y porque está destinada a producir un esfuerzo, y no un trabajo.

De los extremos de las palas de un autogiro se desprenden torbellinos, análogos a los de un molinete, arrollados sobre el cilindro oblicuo, engendrado por el círculo descrito por las alas al trasladarse en el aire (fig. 155 *a*), y del centro de giro se desprende otro torbellino, de sentido de rotación opuesto al del autogiro, desarrollándose entre el torbellino central y los desprendidos de los extremos de las palas las hojas de torbellino en la forma que vimos para los molinetes.

Cuando el ángulo que forma el plano de giro con la dirección del viento es muy pequeño, como ocurre generalmente en el autogiro, el cilindro oblicuo descrito se aplasta hasta reducirse a un plano, y los torbellinos, al coincidir, se anulan en la parte central, quedando reducidos a un solo torbellino en herradura (fig. 155 *b*), con una hoja de torbellinos intermedia en forma análoga a la de una superficie sustentadora, lo que explica la sustentación de este sistema. El torbellino en herradura resultante del autogiro no es simétrico, pues, a consecuencia de que la velocidad relativa de la pala y el viento es mayor por el lado en que aquella avanza que por el que retrocede, la circulación, o sea, la intensidad del torbellino, es menor en la rama de este lado que en la del otro, e igual *asimetría* tiene la hoja de torbellinos intermedia, cuyo hilo neutro está situado, no en el centro, como en una superficie sustentadora, sino más cerca de la rama lateral de menor intensidad del torbellino en herradura.

Vamos ahora a estudiar con mayor detenimiento los fenómenos aerodinámicos que se desarrollan en un autogiro:

En la figura 153 *b* hemos visto la composición de la velocidad del viento con la tangencial de cada sección de las palas, dando una resultante que unas veces entra por el borde de ataque y otras por el de salida. Para calcular cuál es el lugar geométrico de los puntos que marcan las posiciones de las secciones de las palas en las que el viento relativo (que, generalmente, es oblicuo al eje de la pala) cambia de sentido con relación a ella, o sea, cuando este viento relativo no entra en

ella por ninguno de sus bordes, sino que tiene dirección paralela a ellos, se hará la construcción siguiente (fig. 156) :

Si **op** es una posición de una pala, representada por su eje de figura, cuando, en su rotación, forma un ángulo γ con la dirección perpendicular al viento, v , para que un punto a de dicha pala no reciba el viento ni por el borde de ataque ni por el de salida, sino que en él el viento relativo tenga la dirección de su eje de figura, **op**, será necesario que, al formar el triángulo de velocidades en dicho punto a , trazando el vector de la velocidad tangencial v_t , y a continuación el v de la velocidad igual y opuesta al viento (puesto que consideramos ve-

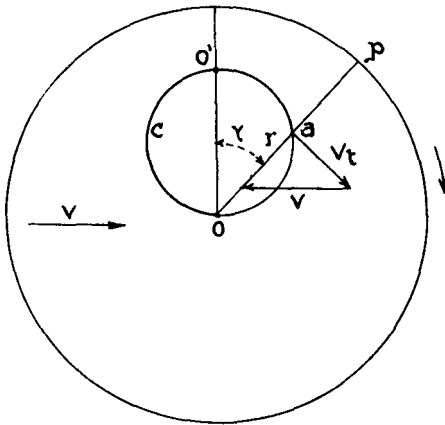


FIG. 156

Círculo de inversión del viento en un autogiro.

locidades de la pala), el extremo de este vector v venga a caer en el eje **op** de la pala, pues de este modo la velocidad resultante será paralela a la pala. Esto ocurrirá cuando $v_i = v \cos \gamma$, puesto que v y v_t forman un ángulo igual a γ ; y como $v_t = 2 \pi \omega r$ (siendo r la distancia oa del eje de giro al punto considerado), tendremos :

$$2 \pi \omega r = v \cos \gamma \quad , \quad r = \frac{v}{2 \pi \omega} \cos \gamma$$

que es la ecuación de la circunferencia trazada de puntos en la figura, cuyo diámetro oo' es, como ya dijimos, igual a $v/(2\pi\omega)$.

Para simplificar el estudio cinemático del autogiro, su inventor, el ingeniero La Cierva, ha introducido el concepto del *autogiro virtual*, que consiste en sustituir el autogiro real por otro ficticio, que gira con la misma velocidad angular que aquél, pero alrededor del punto o' , extremo del diámetro de la circunferencia que acabamos de calcular, en lugar del o . La dirección e intensidad del viento relativo, en un punto cualquiera de las palas del autogiro real, es igual a las que tendría el autogiro virtual en ese mismo punto por su sola velocidad tangencial del giro.

En efecto (fig. 157) : consideremos el punto b de la pala ob

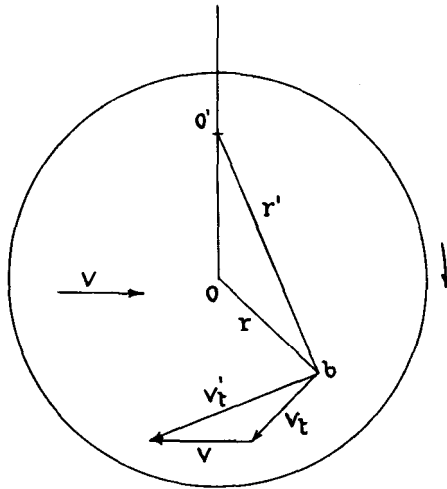


FIG. 157

Autogiro virtual.

del autogiro, cuyo eje de giro está en o , como formando parte de la pala $o'b$ del autogiro virtual, que gira alrededor de o' , estando este punto determinado como se acaba de decir.

Trazando el triángulo de velocidades del punto b con v , perpendicular a ob , o sea, r y v paralela al viento, o sea, per-

pendicular a oo' , v_t será, además, igual a $r \times 2 \pi \omega$ y v es también igual a oo' por $2 \pi \omega$, como hemos visto ; luego 01 triángulo de las velocidades es semejante al $oo'b$, y el tercer lado, la velocidad resultante de b , será también perpendicular a $o'b = r'$, e igual a $r' \times 2 \pi \omega$, o sea, a la velocidad tangencial del punto b al girar alrededor de o' con velocidad angular de ω vueltas por segundo, como el autogiro real.

Consideremos ahora un autogiro recibiendo el viento en la dirección del eje de giro, o sea, como si cayera verticalmente en paracaídas :

La pala (fig. 158) recibirá un viento relativo, v_r , cuya di-

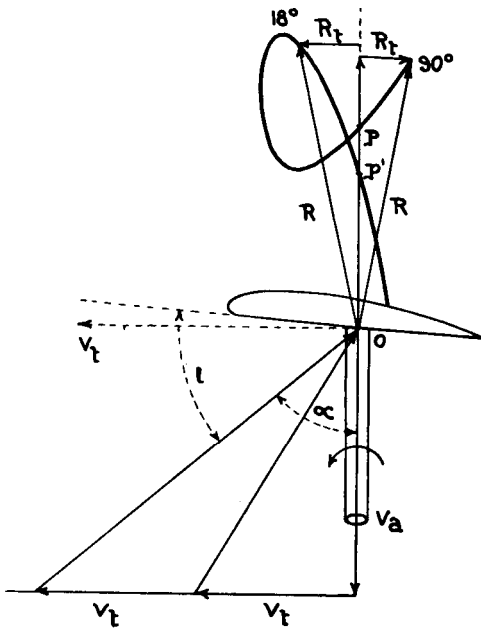


FIG. 158

Reacciones sobre la pala de un autogiro.

rección e intensidad quedarán determinadas trazando el triángulo de velocidades con la velocidad del viento, de dirección axial en este caso, v_a , y la velocidad tangencial, v_t , dando lugar

a un ángulo de ataque ι , que variará según v_a y v_i . Este viento relativo v_r , formará también un ángulo α con el eje de giro, siendo $\text{tg } \alpha = v_i/v_a$.

Si sobre la sección de la pala que se considere trazamos la "polar de reacciones sobre el ala", podremos determinar la reacción de cada elemento de pala a distancia r del eje de giro, tomando el punto de la curva correspondiente al ángulo de ataque ι y multiplicando el vector de este punto por el cuadrado de v_r y por el elemento de superficie de pala considerado.

Si la pala está en reposo, la reacción quedará situada por detrás del eje de giro, porque el ángulo de ataque será, por lo menos, de 90° (si el ángulo de posición de la pala en su plano de giro no es negativo), por lo que la componente tangencial R_t , impulsará a la pala hacia su borde de salida, haciéndola girar en sentido inverso, o sea, contrario al que corresponde a su perfil. Para que esto no ocurra, sería necesario que las palas tuvieran un ángulo de ataque negativo en su posición con relación al plano de giro.

Si la pala está animada de un movimiento directo de giro, o sea, con su borde de ataque por delante, en la velocidad resultante, v_r , intervendrá la componente tangencial, v_t , y el ángulo de ataque ι habrá disminuido, con lo que el punto de la polar de reacciones sobre el ala, que marca el extremo del vector correspondiente, se habrá corrido hacia el lado del borde de ataque, haciendo que: primero, disminuya la componente tangencial R_t , opuesta al movimiento; después, se anule, cuando pasa por el punto p ; luego-si la velocidad de giro continúa aumentando-, se haga positiva, o sea, acelerando el movimiento, describirá el bucle de la curva y llegará a cortar nuevamente a la vertical del origen en el punto p' -en cuyo momento volverá a anularse-, haciéndose después otra vez negativa, o sea, frenante, para velocidades de giro mayores, en que el ángulo de ataque se hace muy pequeño.

Como puede verse, el elemento de pala considerado actuará: como hélice, cuando el punto correspondiente en la curva "polar de reacciones sobre el ala" está por el lado del borde de salida; como *molinete*, si está por el del borde de ataque, y como *autogiro* si coincide con los puntos p o p' de la vertical del origen, puesto que, en el primer caso, la pala necesita

un impulso exterior para moverse ; en el segundo, ella misma produce un impulso motor, y en el tercero, no existe fuerza motriz ni resistente, pues lo único originado es una sustentación perpendicular al movimiento.

De los dos puntos p y p' , que corresponden al régimen **autogiro**, el p es inestable y el p' estable, puesto que, en éste, si aumenta la velocidad de giro disminuye el ángulo de ataque, el punto se corre hacia el borde de salida y nace una componente, R_r , que frena; y si disminuye la velocidad, se corre al otro lado y origina una componente, R_r , aceleradora, ocurriendo lo contrario para el punto p ; de modo que una vez pasado

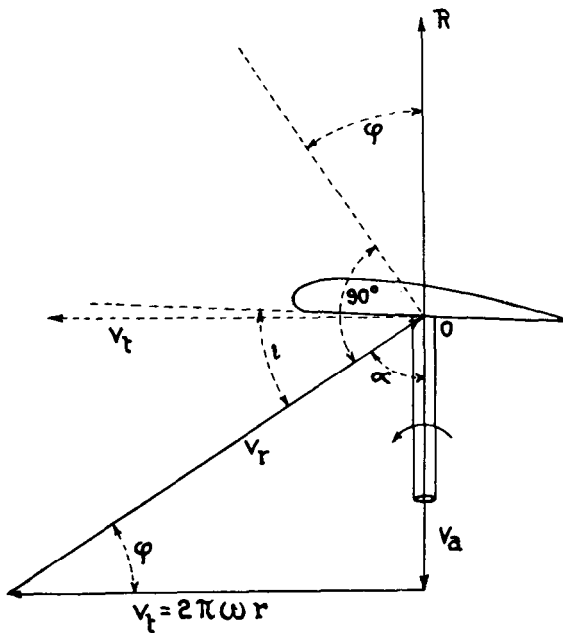


FIG. 159
Autogiro puro.

este punto, las palas se acelerarán hasta llegar al régimen correspondiente al punto p' .

Los perfiles de las palas de este autogiro, actuando en paracaídas, y sus posiciones respectivas con el plano de giro,

pueden ser **tales** que, en todas las secciones, la reacción sea vertical, y en este caso el autogiro es **puramente autogiro**; pero puede ocurrir también que una parte de las palas actúe como molinete y otra como hélice, produciendo aquélla el trabajo motor necesario para vencer la resistencia opuesta por ésta, en cuyo caso el autogiro será **mixto**. Si el ángulo de posición de la pala con su plano de giro fuera constante, la parte exterior de las palas sería la que actuaría como hélice y la interior como molinete, dentro del régimen estable del autogiro, y únicamente actuaría como **autogira** pura la sección de las palas situadas a una distancia r del eje (fig. 159) tal que:

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \varphi$$

siendo φ el ángulo que forma la reacción con la dirección del viento relativo, v_r , y cuya cotangente es igual al rendimiento aerodinámico β del perfil ; y como :

$$\operatorname{tg} \alpha = v_t/v_a = 2 \pi \omega r/v_a,$$

se tendrá:

$$\operatorname{tg} \alpha = \beta = 2 \pi \omega r/v_a \quad ,, \quad r = \beta \frac{v_a}{2 \pi \omega}$$

La reacción obtenida por la superficie, s , de pala, que actúa como autogiro puro, será:

$$R = k s v_r^2 = k s \frac{v_a^2}{\cos^2 \alpha}$$

La reacción máxima estará obtenida, a igualdad de superficie, s , y de velocidad de viento, v , cuando $k/(\cos \alpha)^2 = k/(\operatorname{sen} \varphi)^2$ sea máximo, lo que ocurrirá para un cierto ángulo de ataque ι , que puede determinarse por el procedimiento siguiente (fig. 160) :

Si en la polar del perfil de la pala, trazado con escalas iguales para abscisas y ordenadas, unimos el origen o con un punto de la curva q , correspondiente a un ángulo de ataque ι ,

el vector que resulte representará el valor del coeficiente k en magnitud y dirección ; y si por el punto q trazamos una perpendicular a k hasta que corte al eje k_x en m , y por m una

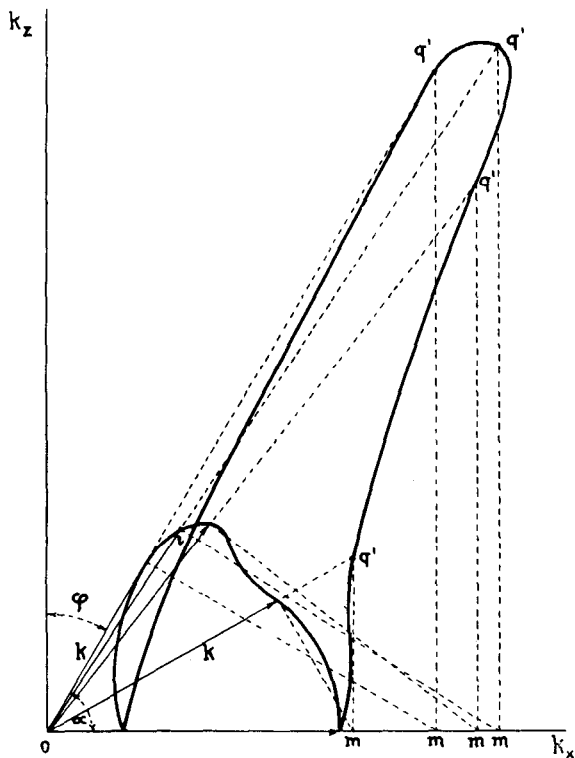


FIG. 160

Reacción *máxima en un autogiro.*

perpendicular a este eje hasta que corte a k o a su prolongación, tendremos un punto q' , y el vector oq' será igual a $k/(\text{sen } \varphi)^2$, puesto que:

$$oq' = \frac{om}{\text{sen } \varphi} \quad \gamma \quad om = \frac{k}{\text{sen } \varphi}$$

Haciendo esta construcción, para varios puntos de la palar se obtendrá la curva, lugar geométrico de los puntos q' , y el más distante de o corresponderá al ángulo de ataque ι , de reacción máxima, que estará comprendido entre el de máximo rendimiento, β , y el de máxima sustentación, k_s .

Consideremos ahora el caso general, en que el viento tiene una dirección oblicua con relación al eje de giro:

Descomponiendo la velocidad del viento en sus componentes: paralela al eje, v_a , y perpendicular a él, v_n , y llamando y al ángulo que forma la pala, en el plano de giro, con la perpendicular al viento, por el lado en que la pala se mueve en

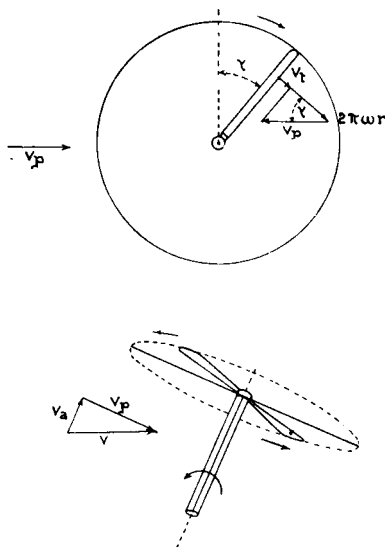


FIG. 161

Descomposición del viento en un autogiro.

la misma dirección de v_n , observaremos que la pala, en cada punto, recibe un viento relativo, generalmente oblicuo a ella, y cuya componente normal, v_t (fig. 161), será:

$$v_t = 2 \times \omega \times r - v_n \cos \gamma$$

considerándose positivo el sentido de v , cuando entra en la pala por su borde de ataque. Se desprecia el efecto de la componente del viento relativo a lo largo de la pala.

Para que una sección actúe como autogiro puro es necesario, según hemos visto, que su distancia, r , al eje de giro sea tal que: $v_t = \beta v_a$, siendo $v_t = 2 \pi \omega r$ en el caso en que el viento no tiene componente tangencial ; pero si la tiene, como ahora suponemos, hay que sustituir el valor $2 \pi \omega r$ por el actual de la componente normal a la pala, $v_t = 2 \pi \omega r \cos \gamma$, resultando entonces, como condición para que la sección considerada actúe como autogiro puro, la de que:

$$r = \beta \frac{v_a}{2 \pi \omega} + \frac{v_p}{2 \pi \omega} \cos \gamma$$

Este valor de r en función del ángulo γ que la pala forma con la dirección normal al viento, representa, en coorde-

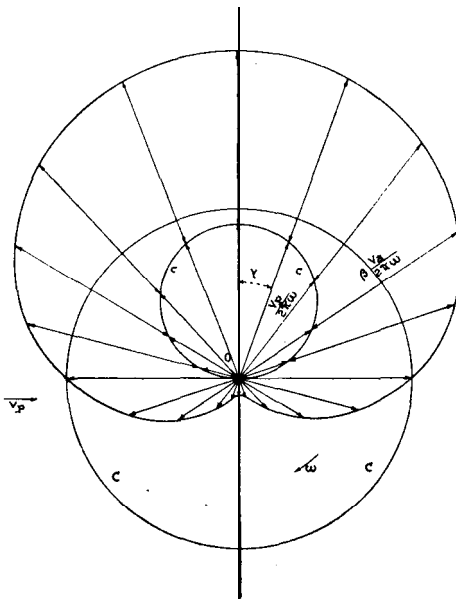


FIG. 162

Trazado del caracol *de Pascal*.

nadas polares, la ecuación de la curva, en la que las secciones de la pala actúan como autogiro, y que, por tanto, separa la parte de la pala que actúa como hélice (la exterior) de la que funciona como molinete (fig. 162).

El valor de r está, como vemos, compuesto de dos sumandos: uno, constante en todo el giro, $\beta v_a / (2\pi\omega)$, que daría una circunferencia, C , con centro en el de rotación o ; y el otro, proporcional al coseno del ángulo que forma la pala, $v_r \cos \gamma / (2\pi\omega)$, y que originaría otra circunferencia, c , que

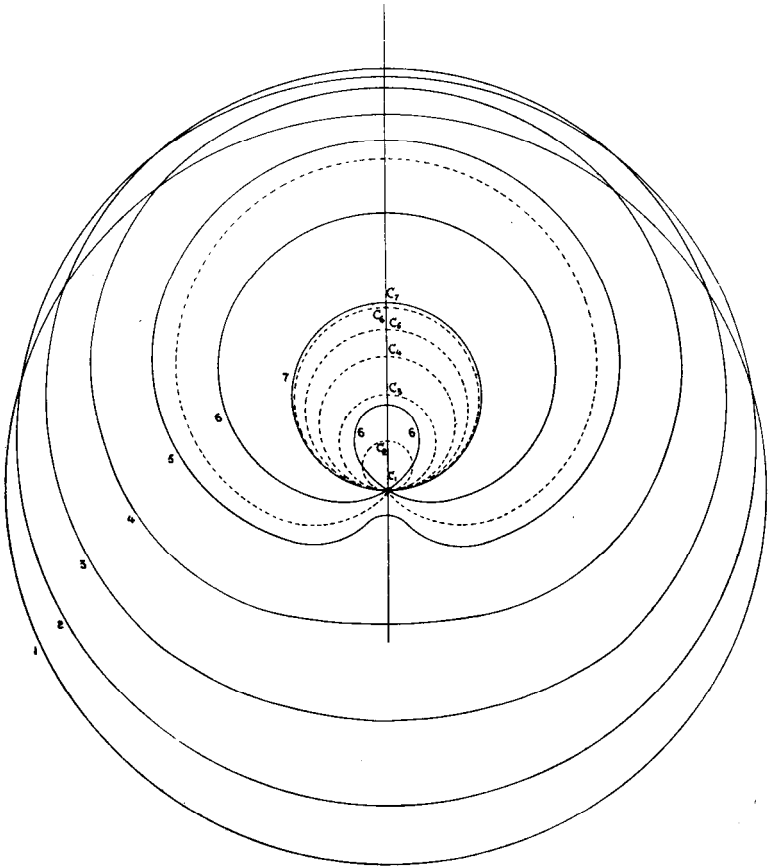


FIG. 163

pasa por o, y de diámetro $v_p/2\pi\omega$, precisamente la que ya hemos encontrado antes para los puntos en que cambia de sentido el viento relativo normal a la pala. La combinación de ambos sumandos produce la curva, que se obtiene incrementando los vectores de una circunferencia, desde un punto de ella, en una cantidad constante, y esta curva es una conoide de círculo, que, en este caso particular de tener el polo sobre la circunferencia origen, se llama el caracol de **Pascal**.

Veamos las variaciones de forma que sufrirá esta curva, caracol de Pascal, separatriz de las partes que actúan como hélice de las que funcionan como molinete en un autogiro, cuando, conservándose la velocidad de rotación, ω , y la del viento, v , cambia la inclinación de éste con el eje de giro y, por tanto, sus componentes v_a y v_p (fig. 163).

Si este ángulo es cero, v_p es también cero, y $v_a = v$; la curva es entonces la circunferencia de radio $r = \beta v / (2\pi\omega)$ y de centro en o (1). Al comenzar la inclinación del viento, aparece una pequeña componente, v_p , que origina la circunferencia c_2 , que pasa por o y de diámetro $v_p / (2\pi\omega)$, a la cual hay que agregar, a partir de o y en todos sentidos, una magnitud constante $\beta v_a / (2\pi\omega)$, mucho mayor que su diámetro, formándose entonces el caracol casi como una circunferencia un poco achatada (2), por el lado opuesto a la c.

Para mayores inclinaciones del viento, v_a va disminuyendo y v_p aumentando, acentuándose el achatamiento, en forma de abolladura, de la curva (3), (4) y (5).

Cuando la inclinación es tal que la componente v_p llega a ser igual a βv_a (curva de puntos), entonces la magnitud constante que hay que incrementar a los vectores de la circunferencia es igual al diámetro de ésta, y el caracol de Pascal forma un punto de retroceso que toca a la circunferencia, y, en este caso, toma el nombre de *cardioide* por su forma parecida a un corazón.

Si v_p sigue aumentando y v_a disminuyendo, la curva forma un bucle (6) dentro de la circunferencia CE, y si, por último, el viento se hace perpendicular al eje de giro, v_a desaparece, v_p resulta igual a v , y la parte exterior a la curva (7) se confunde con el bucle en la circunferencia c_3 , que ya calculamos. En la figura 163 están trazadas las curvas y circun-

ferencias c , de $30''$ en $30''$ de inclinación del viento para un valor de $\beta = 2$.

La parte de las palas, exterior al caracol de Pascal o interior al bucle, es la que actúa como hélice, y la restante la que funciona como molinete; la exterior a la circunferencia c recibe el viento por el borde de ataque, y la interior a ésta por el borde de salida (fig. 164).

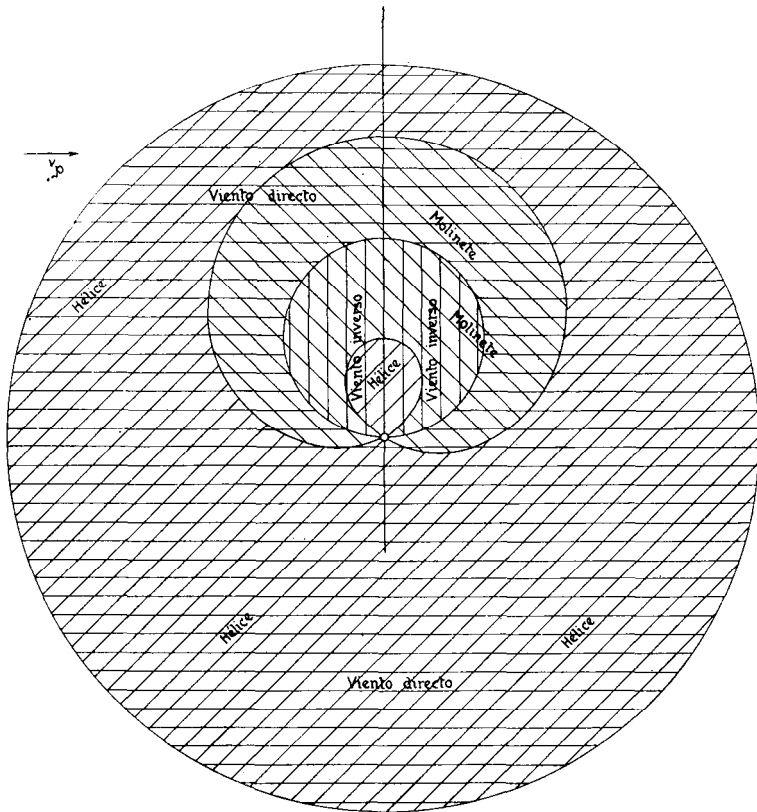


FIG. 164

En un régimen permanente no puede producirse el bucle si se emplea el máximo rendimiento β , porque para esto es necesario, como hemos visto, que:

$$v_p > \beta v_n \quad ,, \quad \frac{1}{\beta} = \operatorname{tg} \varphi > \frac{v_n}{v_p}$$

y como v_n/v_p es la tangente del ángulo que forma el eje de giro, que es también la dirección de la reacción R , con la vertical, resultará que este ángulo será menor que el más pequeño φ , que da el máximo rendimiento de la polar.

EL EFECTO DE KOTZMAYR

Como complemento a este estudio de la acción de un viento sobre un sólido móvil en que, durante el movimiento, varía la dirección del viento relativo que recibe el cuerpo, va-

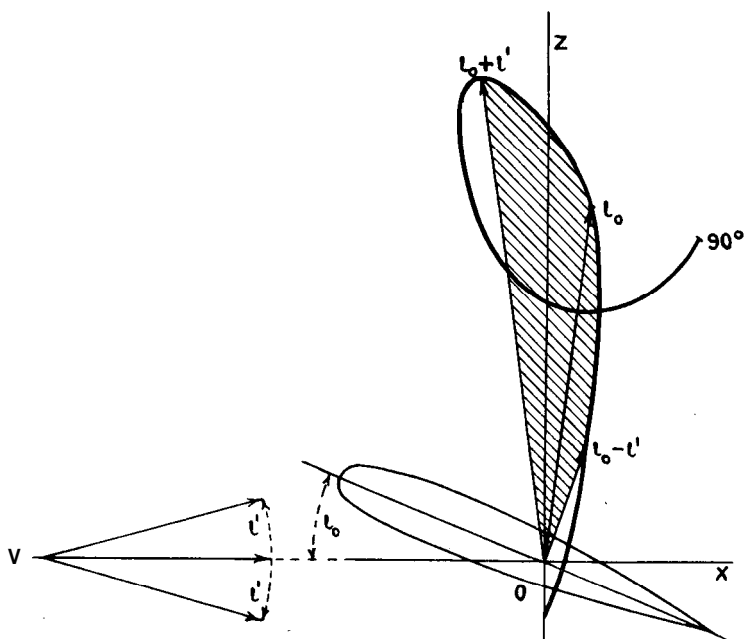


FIG. 165

Efecto del viento oscilante.

mos a considerar ahora el efecto de un viento oscilante sobre una superficie sustentadora.

Supongamos una superficie sustentadora, a s (fig. 165), su-
 puesta en reposo, que recibe un viento por su borde de ata-
 que, a, de intensidad constante, v , pero cuya dirección oscila
 alrededor de una dirección media de tal modo que el ángulo
 de ataque i varía entre $i_0 + i'$ y $i_0 - i'$, siendo i_0 el ángulo
 de ataque medio y i' la semi-amplitud de la oscilación del vien-
 to. Suponemos también que la oscilación es tan rápida y la
 inercia del ala tan grande que podamos despreciar el movi-
 miento oscilante y la aceleración de arrastre que sufrirá esta
 superficie sustentadora por la acción de la reacción aerodi-
 námica variable que se produce en cada momento, y vamos a
 calcular cuáles serán las componentes sustentadora, R_z , y de
 resistencia al avance, R_x , de la reacción originada en un mo-
 mento determinado, y los valores medios de estas fuerzas,
 que, siendo grande la frecuencia, pueden considerarse como
 constantes.

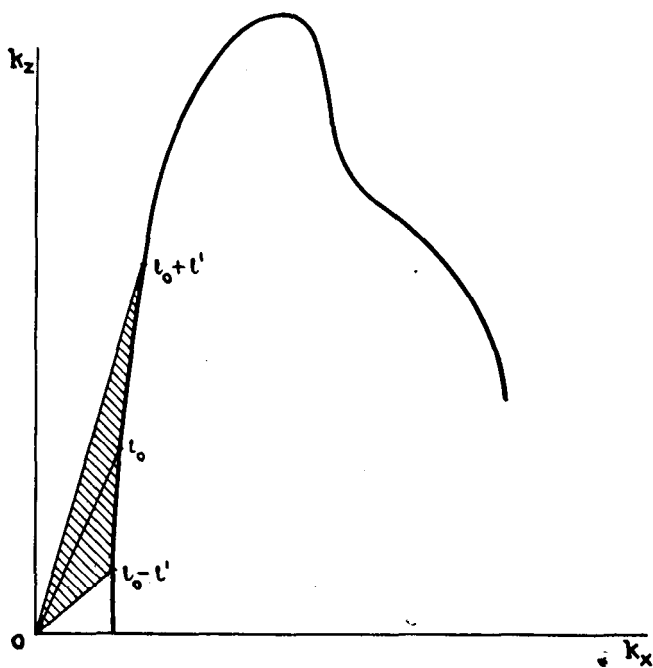


FIG. 166

Efecto del ala oscilante.

Si trazamos la polar de reacciones sobre el ala, y sobre ella los vectores correspondientes a los ángulos de ataque extremos $\iota_0 + \iota'$ y $\iota_0 - \iota'$, el vector correspondiente a la reacción del viento oscilará entre estas posiciones extremas, estando unas veces por delante de la perpendicular a la dirección del viento medio ox y otras por detrás. Se ve que es posible que la forma de la polar, la amplitud de la oscilación y el ángulo de ataque medio sean tales que la resultante o valor medio de todos los valores de esta reacción del viento durante cada oscilación quede por delante de este eje o z , en cuyo caso el ala, en lugar de sufrir una resistencia al avance, experimentará un esfuerzo en contra del viento medio, o sea, una resistencia negativa. Este es el llamado **efecto Kotzmayr**.

Desde luego, en este caso, como en el de los sólidos giratorios, no existe relatividad de movimiento, es decir, que el efecto Kotzmayr no puede producirse más que cuando es el viento el que oscila y el ala está en reposo, y nunca si el viento es fijo y el ala oscilante, porque en este caso, en vez de trazar la polar de reacciones sobre el ala tendríamos que trazar la polar de sustentaciones y resistencias (fig. 166), y en éste ningún vector puede quedar por delante de la perpendicular a la dirección del viento, que es el eje k_z .

En un instante, t (fig. 167), el valor de la resistencia al avance R_x será:

$$R_x = [k, \cos(\iota - \iota_0) - k_z \sin(\iota - \iota_0)] s v^2$$

en cuya fórmula el ángulo de ataque ι variará en función del tiempo, t , con arreglo a la ley **sinusoidal** de los movimientos oscilatorios :

$$\iota = \iota_0 + \iota' \sin 2 \pi \omega t$$

siendo ω la frecuencia de oscilaciones por unidad de tiempo.

De esto se deduce:

$$R_x = [k, \cos(\iota' \sin 2 \pi \omega t) - k_z \sin(\iota' \sin 2 \pi \omega t)] s v^2$$

y la sustentación R_z será:

$$R_z = [k, \cos(\iota' \sin 2 \pi \omega t) + k_x \sin(\iota' \sin 2 \pi \omega t)] s v^2$$

Los valores medios de estas fuerzas, durante cada oscilación, vendrían dados por la integración de estas expresiones entre los límites $t = 0$ y $t = 1/\omega$, expresando los coefi-

cientes k_x y k_z por funciones de t , pero como esto sería excesivamente complicado, hay que introducir hipótesis que, sin desvirtuar la representación de cada cantidad, faciliten la integración.

En los textos en que este efecto Kotzmayr ha sido estudiado se hacen las siguientes suposiciones simplificadoras : considerar constante el valor de k_x ; suponer k_z proporcional al ángulo de ataque ι (con lo que la polar resulta una recta paralela al eje k_z y el rendimiento aerodinámico **crece** indefi-

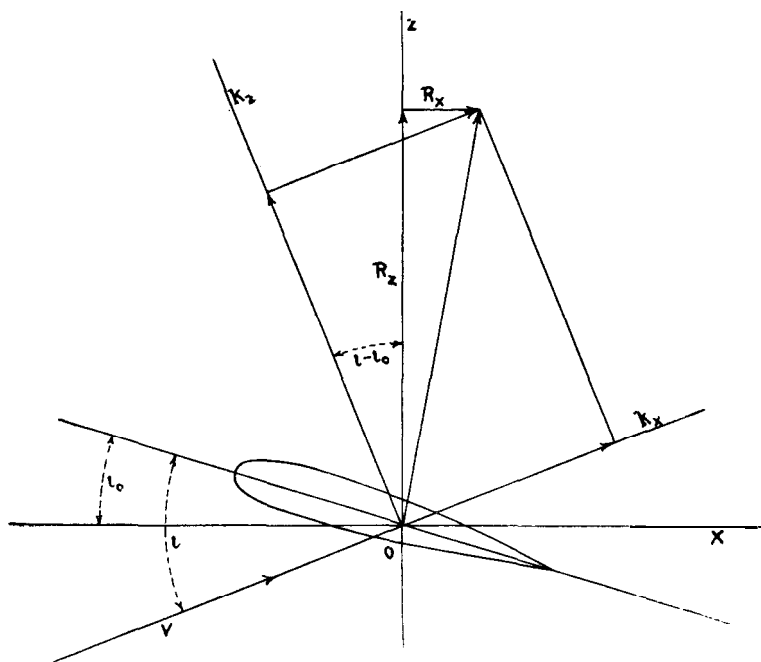


FIG. 167

Sustentación y resistencia don viento oscilante.

nidamente con el ángulo de ataque) ; suponer que la oscilación del viento se hace con velocidad uniforme de una posición extrema a la otra, y no con arreglo a la ley sinusoidal ; despreciar los términos a partir del segundo en el desarrollo

en serie del valor $\text{tg } \iota'$, y establecer que siempre $\iota' < \iota_0$, o sea, que el ángulo de ataque no se hace en ningún momento negativo. Estas hipótesis, sobre todo la primera, la tercera y la última, están demasiado en desacuerdo con la realidad, e introducen errores inadmisibles en las deducciones a que dan lugar, por lo que en el cálculo siguiente representaremos, como más exacta, la polar por la parábola inducida, corrida lo equivalente a la resistencia de fricción; la sustentación se supondrá proporcional al ángulo de ataque, y, en cambio, sustituiremos el seno de $\iota - \iota_0$ por el ángulo y el coseno por la unidad, pues siendo este ángulo menor que 8° , el error introducido por la primera de estas sustituciones no llega a media milésima, y el de la segunda es inferior a una centésima.

En virtud de esto estableceremos:

$$k_x = k_0 + \frac{k_{z_0}}{4 \beta^2 \iota_0^2 k_0} \iota^2 \quad , \quad k_z = k_{z_0} \frac{\iota}{\iota_0}$$

en cuyas expresiones, k_0 es el coeficiente de resistencia al avance debida a la fricción; k_{z_0} es el coeficiente de sustentación para el ángulo de ataque medio ι_0 , y β es el rendimiento aerodinámico máximo del perfil. Hallando el valor máximo de la relación k_z/k_x , según estas fórmulas, se ve que es precisamente β , luego estas expresiones representan la parábola inducida del perfil, considerado con sus abscisas incrementadas en la resistencia de fricción.

Además, teniendo en cuenta la ley sinusoidal, ya expresada, de la variación de ι en función de t , se tendrá, como resistencia al avance en el momento t :

$$\begin{aligned} R_x &= \left[k_0 + \frac{k_{z_0}}{4 \beta^2 \iota_0^2 k_0} (\iota_0 + \iota' \text{ sen } 2 \pi \omega t) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{k_{z_0}}{\iota_0} (\iota_0 + \iota' \text{ sen } 2 \pi \omega t) \iota' \text{ sen } 2 \pi \omega t \right] s v^2 = \\ &= \left[k_0 + \frac{k_{z_0}^2}{4 \beta^2 k_0} + \left(\frac{k_{z_0}}{4 \beta^2 \iota_0 k_0} - 1 \right) \frac{k_{z_0}}{\iota_0} \iota'^2 \text{ sen}^2 2 \pi \omega t + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{k_{z_0}}{2 \beta^2 \iota_0 k_0} - 1 \right) k_{z_0} \iota' \text{ sen } 2 \pi \omega t \right] s v^2 \end{aligned}$$

El valor medio de esta resistencia al avance será:

$$\begin{aligned}
 R_x \text{ med.} &= \omega \int_0^{(1)} R_x dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} R_x d(2\pi \omega t) = \\
 &= \left[k_0 + \frac{k_{z_0}}{4\beta^2 k_0} + \left(\frac{k_{z_0}}{4\beta^2 \iota_0 k_0} - 1 \right) \frac{k_{z_0}}{2\iota_0} \frac{\iota'^2}{s v^2} \right] s v^2 = \\
 &= \left(k_0 + \frac{k_{z_0}^2}{4\beta^2 k_0} \right) s v^2 - \frac{1}{2} \left(\iota' k_{z_0} - \frac{\iota_0}{4\beta^2 \iota_0^2 k_0} \iota'^2 \right) s v^2
 \end{aligned}$$

De lo que se deduce que la resistencia al avance media, producida por el viento oscilante, es igual a la resistencia que produciría el viento medio, disminuída en la mitad de la diferencia entre la sustentación correspondiente a un ángulo de ataque, igual a la semiamplitud multiplicada por el ángulo de ataque en radianes y la resistencia inducida para este mismo ángulo de ataque. El ángulo de ataque, medido en radianes, es igual al número de grados sexagesimales, dividido por 57,3.

Para que el efecto Kotzmayr se produzca, o sea, para que se anule la resistencia al avance, es necesario que:

$$k_{z_1} \left(1 - \frac{k_{z_1}}{4\beta^2 k_0} \right) \iota'^2 - \frac{k_{z_1}}{2\beta^2 k_0} \iota_0^2 - 2 k_0 > 0$$

en cuya expresión designamos por k_{z_1} el aumento de k_z por unidad de ángulo de ataque; y para que esta igualdad pueda verificarse es, ante todo, indispensable que el primer término sea positivo, o sea, que:

$$k_{z_1} < 4\beta^2 k_0 \quad ,, \quad 4\beta^2 > \frac{k_{z_1}}{k_0}$$

y como k_{z_1} es igual a 57,3 veces el crecimiento de k_z por grado de ángulo de ataque, y la relación entre este crecimiento y k_0 puede suponerse igual al rendimiento aerodinámico para un grado de ángulo de ataque, que llamaremos β_{1_0} , se puede establecer:

$$4\beta^2 > 57,3 \beta_{1_0} \quad ,, \quad \beta^2 > 14,3 \beta_{1_0}$$

Por tanto, para **que un perfil dado pueda producir efecto Kotzmayr es necesario que el cuadrado de su máximo rendimiento sea superior a 14,3 veces su rendimiento a un grado de ángulo de ataque, contado sobre el de sustentación nula.**

Cualquier perfil medianamente sustentador cumple esta condición.

También se deduce que el efecto Kotzmayr se produce con tanta mayor intensidad cuanto más pequeño sea el ángulo de ataque medio y mayor la amplitud, sin exceder, desde luego, del ángulo de sustentación máxima. El mayor efecto sería para ángulo de ataque medio igual a 0, pero en este caso no se obtendría sustentación.

Análogamente se calcula la sustentación media en viento oscilante, que resulta :

$$R_{z, med.} = \omega \int_0^{\frac{1}{\omega}} R_z dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} R_z d(2\pi\omega t)$$

y como R_z , con las simplificaciones adoptadas, es:

$$R_z = \left[\frac{k_{z0}}{l_0} \left(l_0 + l' \sin 2\pi\omega t \right) + \left(k_0 + \frac{k_{z0}^2 (l_0 + l' \sin 2\pi\omega t)^2}{4\beta^2 l_0^2 k_0} \right) l' \sin 2\pi\omega t \right] s v^2$$

efectuando la integración, queda :

$$R_{z, med.} = \left(k_{z0} + \frac{k_{z0}^2 l'^2}{4\beta^2 l_0 k_0} \right) s v^2$$

y empleando las notaciones anteriores y designando por l'' el valor angular de la semiamplitud l' , medido en grados, se tiene :

$$R_{z, med.} = k_{z0} s v^2 \left(1 + \frac{\beta_{10}}{4\beta^2} l'' \right) = k_{z0} s v^2 \left(1 + \frac{\beta_{10} l''^2}{230\beta^2} \right)$$

lo que demuestra que la sustentación media, producida por

un viento oscilante, aumenta la correspondiente al viento medio en la proporción marcada por la relación entre el rendimiento a un grado, multiplicado por el número de grados de la semiapertura, y 230 veces el cuadrado del máximo rendimiento. Este aumento de la sustentación es con su signo, es decir, que si ésta es positiva, el aumento es positivo ; si es negativa, el aumento será negativo, y si es nula, el aumento será cero.

En los perfiles en que puede producirse el efecto Kotzmayr, $4 \beta^2 > 57,3 \beta_{10}$; luego el aumento proporcional de la sustentación será inferior al valor de la semiapertura ι' de la oscilación, medido en radianes.