DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ENERGÉTICA

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

ENERGÍA DE LAS OLAS

Pedro Fernández Díez

I.- ENERGÍA DE LA OLAS

Si nos preguntamos que cuántos tipos de ondas existen en el mar, no es exagerado responder que existen todos los tipos que la física y la matemática han podido describir y modelizar; existen ondas senoidales o compuestas de varias sinusoides, ondas troncoidales y ondas que tienen perfiles insólitos, ondas progresivas y estacionarias, ondas amortiguadas, ondas superficiales, ondas medias, ondas que llegan a la superficie del mar y ondas que se manifiestan en profundidad en contacto con aguas de temperatura y salinidad diferentes.

I.1.- CLASIFICACIÓN DE LAS OLAS

De la radiación solar incidente sobre la superficie de la Tierra, una fracción se invierte en un calentamiento desigual de la misma, lo que provoca en la atmósfera zonas de altas y bajas presiones, generando desplazamientos del aire (viento) de mayor o menor intensidad. El oleaje es una consecuencia del rozamiento del aire sobre la superficie del mar y, por lo tanto, supuesta una constante solar del orden de 375 W/m^2, aproximadamente 1 W/m^2 se transmite al oleaje, que actúa como un acumulador de energía, por cuanto al tiempo que la recibe, la transporta de un lugar a otro, y la almacena; la intensidad del oleaje depende de la intensidad del viento, de su duración y de la longitud sobre la cual éste transmite energía a la ola.

El mecanismo conque se generan las olas debidas al viento no está aun perfectamente esclarecido; se trata probablemente de la acción de oscilaciones de la presión atmosférica de período corto combinadas con la acción del viento. Por su turbulencia, una corriente de viento que fluye, incluso, paralela a la superficie del mar, se puede asimilar a una sucesión de oscilaciones de la presión atmosférica que actúan en un plano vertical, ortogonalmente a la dirección del viento. Tales oscilaciones, que incluso pueden superar la amplitud de un milibar, llegan a tener períodos del orden de uno a varios segundos, y se corresponden con auténticos golpes alternados con acciones de reflujo, que se desplazan con el avance del viento, por lo que la superficie aparece afectada por una agitación.

En el mar existen dos tipos generales de ondas, ***estacionarias y progresivas o transitorias***.

ONDAS ESTACIONARIAS.- En una onda marina estacionaria, existen uno o varios puntos (o líneas), en los que el movimiento es nulo, (puntos nodales), y uno o más puntos en los que el desplazamiento es máximo, (puntos ventrales). La distancia entre los nodos y la frecuencia de la oscilación, dependen de las dimensiones geométricas de la cuenca en que se produzcan.

Las ***secas*** son ondas estacionarias como las oscilaciones propias de las cuencas marinas y las coscilaciones de las mareas. Para explicar su funcionamiento se puede recurrir al siguiente ejemplo:

Cuando se da una sacudida a un recipiente lleno de líquido se observa que toda la masa líquida oscila y, tras un número mayor o menor de oscilaciones, el nivel vuelve a las condiciones de equilibrio iniciales.

En una ***cuenca marina***, o en un lago, las ***secas*** se manifiestan cuando la masa de agua sufre sacudidas bruscas tanto por la acción del viento y variaciones de la presión atmosférica, como por sacudidas costeras submarinas.

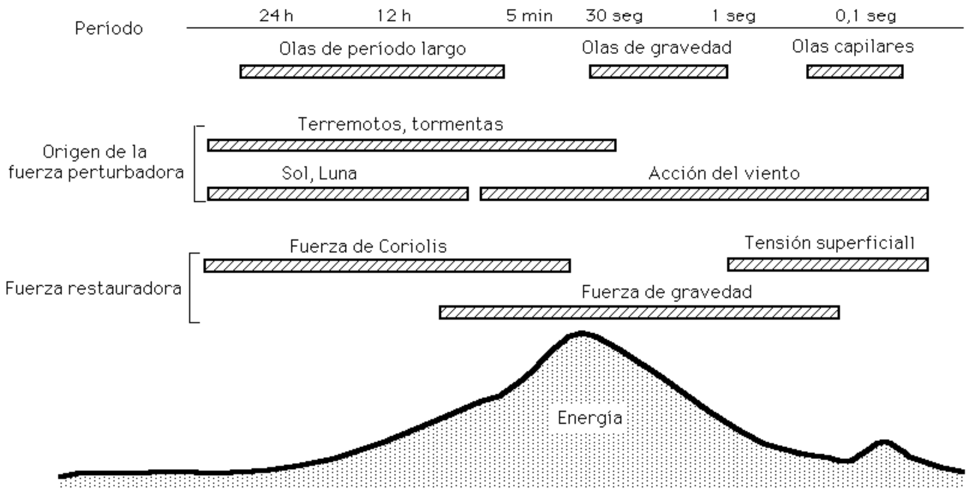

Fig I.1.- Representación esquemática de los tipos de olas que existen en la superficie del océano y de la energía en ellas contenida

Las ***cooscilaciones de marea*** son una especie de secas originadas en un mar semicerrado por las mareas externas, que se desarrollan en amplitud oceánica abierta. Sólo en extensiones oceánicas grandes, la fuerza de la marea puede imponer directamente oscilaciones bastante amplias (mareas independientes).

ONDAS TRANSITORIAS O PROGRESIVAS.- Una ***ola marina progresiva*** es aquella que varía en el tiempo, y en el espacio; pueden formarse en la superficie (por ejemplo, ondas superficiales debidas al viento) o en el seno de la masa oceánica (ondas internas que se producen a lo largo de las discontinuidades de temperatura y salinidad entre las diversas masas de agua).

Las ***ondas largas***, típicamente progresivas, son las ondas solitarias y los ***tsunami***, frecuentes en el Pacifico, que se generan en relación con terremotos costeros y oceanográficos y se propagan de una costa a otra o desde el epicentro oceánico hasta las costas, provocando a menudo cuantiosos daños, mayores incluso que los de los mismos terremotos.

Las olas se pueden clasificar atendiendo a los siguientes parámetros:

Fuerza perturbadora.- Las olas pueden ser generadas por distintos fenómenos, Fig I.1, como:

a) Acción del viento

b) Terremotos y tormentas

c) Sol, Luna

Las olas debidas al viento son las que contienen más energía y son las que se aprovechan para obtener electricidad; la energía de las olas debidas al viento, procede en última instancia, de la energía solar.

Olas libres y olas forzadas.- Las olas libres son las generadas por una aplicación instantánea de la fuerza perturbadora que cesa al momento y, por lo tanto, la ola evoluciona libremente.

Las olas forzadas son aquellas en las que la perturbación se aplica de manera continua, por ejemplo, las olas de marea.

Periodo de duración $\begin{cases} \text{Olas de periodo largo, de 5 min a 24 h} \\ \text{Olas de gravedad, de 1 seg a 30 seg} \\ \text{Olas capilares, de menos de 0,1 seg} \end{cases}$

I.2.- COMPORTAMIENTO Y CARACTERÍSTICAS DE LAS OLAS GENERADAS POR EL VIENTO

Este tipo de olas se forma cuando el viento sopla sobre la superficie marina; mientras el viento está soplando se generan olas confusas, sin una dirección definida, aunque haya una predominante. Cuando las olas abandonan la zona en que sopla el viento se van propagando de acuerdo con su velocidad ***c***, que es función de la longitud de onda λ, (distancia entre dos olas consecutivas). Las olas se agrupan, por sus longitudes de onda, formándose así olas casi regulares, que dan lugar a la mar tendida, Fig I.2, que es la que se aprovecha para generar energía.

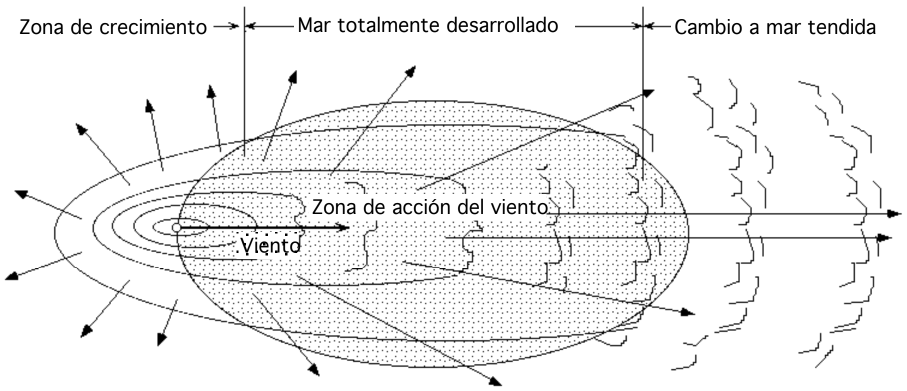

Fig I.2.- Acción de un viento constante sobre una zona determinada del mar

No existe una regularidad perfecta de las olas, ya que su amplitud, energía y dirección varían aleatoriamente a lo largo del año; cambian desde la calma absoluta, un 1% al año, hasta un 1 MW/km, otro 1%; hay lugares en los que durante períodos de varios minutos pueden llegar a alcanzar hasta 10 MW/km. También pueden estar sometidas a variaciones instantáneas.

En el oleaje es fundamental la distinción entre la forma del perfil de la onda, que en la onda progresiva se mueve con velocidad ***c***, y la trayectoria del movimiento de las partículas de agua que constituyen la ola; las dos curvas, perfil y trayectoria, son muy diferentes.

Las olas se trasladan, pero no las partículas de agua, que se mueven en trayectorias elípticas o circulares; las órbitas elípticas en las olas largas pueden comprimirse hasta formar segmentos circulares. Las órbitas se consideran, por comodidad para su estudio, cerradas, aunque en realidad son abiertas, es decir, el oleaje está asociado a un transporte de corriente.

En las ondas largas, en particular las de mareas, el desplazamiento horizontal de las partículas es prácticamente igual tanto en superficie como en el fondo, describiendo trayectorias (órbitas) del mismo radio en la misma horizontal, pero de distinta fase; las partículas situadas en la misma vertical describen órbitas de igual fase, pero sus radios disminuyen con la profundidad, Fig I.3.

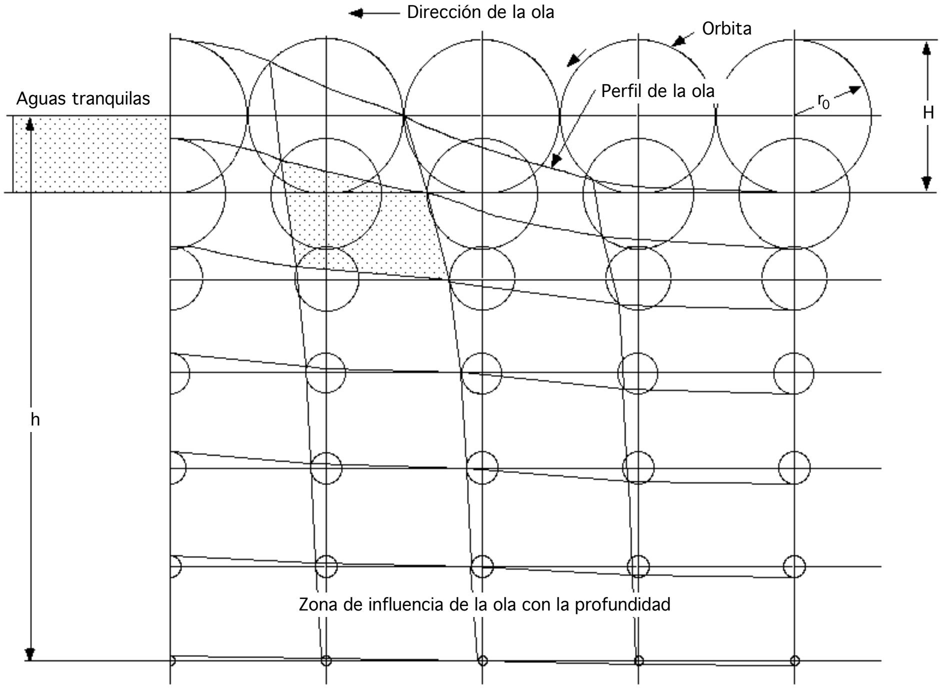

Fig I.3.- Movimiento de las partículas de agua en una ola

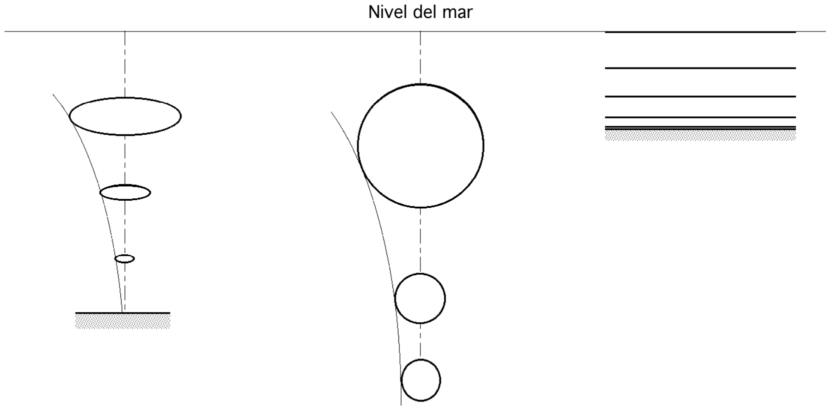

Fig I.4.- Influencia del fondo en el desplazamiento vertical de las órbitas

Si no existe suficiente profundidad, el fondo afecta al desplazamiento vertical de las órbitas que tendrán forma de elipses. Si la profundidad es muy pequeña, el movimiento vertical queda totalmente impedido y las trayectorias de las partículas serían rectas horizontales, Fig I.4.

En las ondas superficiales, las dimensiones de las órbitas disminuyen exponencialmente con la profundidad; si el movimiento orbital superficial se reduce a un círculo de radio r_0, el radio disminuye con la profundidad h, (altura del mar desde el fondo a la superficie), según la relación:

$$r = r_0\, e^{-\frac{2\pi}{\lambda} h} \Rightarrow \text{Para una profundidad: } \begin{cases} h = \lambda/2 \Rightarrow r = r_0\, e^{-\pi} = 0{,}0433\, r_0 \\ h = \lambda \Rightarrow r = r_0\, e^{-2\pi} = 0{,}0019\, r_0 \end{cases}$$

siendo r_0 el radio orbital superficial, que coincide con la semialtura $\frac{H}{2}$ de la ola, de lo que se deduce que una ola de $\lambda = 100$ m, con una altura $H = 4$ m tiene:

a) En superficie (h = 0) un movimiento de partículas cuya excursión es de 4 metros, $r = r_0$

b) A 50 m de profundidad $h = \frac{\lambda}{2}$ la excursión de las partículas apenas alcanza 17 cm

c) A 100 metros de profundidad sólo 0,8 cm.

Consideraciones de este tipo tienen una gran importancia para el estudio de la acción del oleaje sobre los fondos marinos, así como sobre las construcciones costeras e instalaciones portuarias.

Es evidente que hablar de la altura de una ola, en el fondo, sólo tiene un significado puramente ideal, ya que la ola realmente adquiere altura en superficie, pero sobre el fondo se puede hablar solamente de desplazamiento de las partículas, aunque se puede hablar de altura de una ola en profundidad sólo por analogía con lo que tiene lugar en superficie.

El perfil de una ola tiene una forma que depende de la relación $\frac{H}{\lambda}$, pudiéndolas clasificar de la siguiente forma:

a) Cuando la relación $\frac{H}{\lambda}$ es muy pequeña, del orden de $\frac{1}{50}$ o menor, las olas superficiales tienen una altura H pequeña, (desde un centímetro a un metro), y gran longitud de onda λ, (desde menos de un kilómetro a cientos de kilómetros). El tipo de ola que cumple estas condiciones son las secas y mareas (mar de fondo), caracterizadas por un período T alto, longitudes de onda λ amplias y alturas H pequeñas, que siguen un movimiento sinusoidal, pudiéndose aplicar para describir sus características cinemáticas la ***Teoría de ondas lineal***, Fig I.5.

b) Si la relación $\frac{H}{\lambda}$ tiene valores apreciables, el perfil de la misma es más bien troncoidal; su existencia viene condicionada por el valor de $\frac{H}{\lambda}$ que si es superior a $\frac{1}{7}$ implica la rotura de la ola, ***Teoría no lineal***.

I.3.- TEORÍA DE ONDAS LINEAL

Las olas cortas son aquellas en las que la velocidad ***c*** es independiente de la profundidad del mar ***h***, pero dependiente de la propia longitud de onda λ. Ondas de este estilo son las olas de viento, es decir, las olas corrientes que estamos acostumbrados a observar sobre la superficie marina. En el estudio de la teoría de ondas lineal haremos consideraciones sobre su desplazamiento vertical, período, longitud, velocidad de traslación, rotura, energía de las olas, etc.

DESPLAZAMIENTO VERTICAL DE LA OLA.- La oscilación de la superficie libre, o desplazamiento vertical de la ola, en un sistema de coordenadas (x,y), obedece a la ecuación:

$$y = \frac{H}{2} \cos \left(\frac{2 \pi x}{\lambda} - \frac{2 \pi t}{T}\right)$$

cuyo esquema y parámetros que intervienen, se representan en la Fig I.5.

PERIODO.- El período T de las olas es el tiempo transcurrido para que por un punto pasen dos crestas o dos valles sucesivos de un mismo tren de olas.

El período de la ola sinusoidal es:

$$T = \frac{2 \pi}{\sqrt{\frac{2 \pi g}{\lambda} \operatorname{Th} \left(\frac{2 \pi h}{\lambda}\right)}} = \frac{2 \pi}{w}$$

Si el agua tiene suficiente profundidad $h > \frac{\lambda}{2}$ el período es $T = \frac{\lambda}{c}$; en las olas cortas se determina inmediatamente una vez conocidos λ y $\vec{c}$, en la forma:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \frac{g\,T}{2\,\pi} \quad ; \quad T = \frac{2\,\pi\,c}{g}$$

A título indicativo, dadas las longitudes de ola más comunes, se puede decir que el período de las olas cortas superficiales varía desde un segundo a una decena de segundos, Tabla I.1.

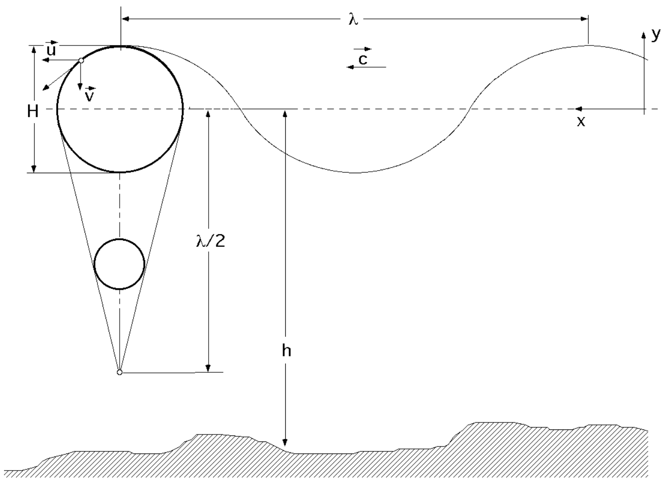

Fig I.5.- Ola lineal

Tabla I.1

T seg	5	7,5	10	12,5	15
λ (m)	39	88	156	244	351
c m/seg c Km/hora	7,8 28,1	11,7 42,2	15,6 56,2	19,5 70,3	23,4 84,3
	20	44	78	122	176

En las olas largas, el período T no se da explícitamente, porque λ no se conoce a priori.

***LONGITUD DE ONDA*.-** La longitud de onda de las olas viene dada por la expresión:

$$\lambda = \frac{g\,T^2}{2\,\pi}\,\mathrm{Th}\,\frac{2\,\pi\,h}{\lambda}$$

Para las olas superficiales de viento, olas cortas $h > \frac{\lambda}{2}$, se cumple: $\lambda = \frac{g\,T^2}{2\,\pi}$

***VELOCIDAD DE TRASLACIÓN*.-** La velocidad de traslación $\vec{c}$ de la onda, (celeridad), permite diferenciar las ondas cortas de las largas y obedece a la ecuación:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \frac{g\,T}{2\,\pi}\,\mathrm{Th}\,\frac{2\,\pi\,h}{\lambda}$$

En aguas profundas $h > \frac{\lambda}{2}$, por lo que esta ecuación se transforma en:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \sqrt{\frac{g\,\lambda}{2\,\pi}} = f(\lambda) \quad ; \quad \lambda = \frac{g\,T^2}{2\,\pi} \quad ; \quad c = \frac{\lambda}{T} = \frac{g\,T}{2\,\pi} \quad ; \quad T = \frac{2\,\pi\,c}{g} = \frac{\lambda}{c}$$

En la Tabla I.1 se indican los valores de estos parámetros en aguas profundas, para períodos que oscilan entre 5 y 15 segundos.

La velocidad de propagación de estas olas es notablemente inferior a la de las olas largas, ya que pueden alcanzar longitudes de onda del orden de 200 ó 300 metros, aunque a veces se consideran longitudes de ola hasta un máximo de 600 metros; para longitudes de onda de 10, 20, 30, 50, 100, 200, 300 y 600 metros, la velocidad en Km/hora es de 14,4; 20,2; 24,5; 31,7; 45,0; 63,4; 77,5 y 110 respectivamente.

En aguas poco profundas $\frac{\lambda}{20} < h < \frac{\lambda}{2}$, las ecuaciones se convierten en:

$$c = f(h) = \sqrt{g\,h} \quad ; \quad \lambda = \sqrt{g\,h}\;T$$

que se corresponde con las ***ondas largas***, en las que la velocidad de traslación $\vec{c}$ depende sólo de la profundidad ***h*** del mar, pero es independiente de λ.

En canales de profundidad limitada:

$$c = \sqrt{g\,(h + H)}$$

En la Tabla I.2 se indican los valores de estos parámetros en aguas poco profundas, para períodos que oscilan entre 5 y 15 segundos.

Tabla I.2

T seg	5	7,5	10	12,5	15
λ (m)	12	28	49	77	110
c m/seg	2,5	3,7	4,9	6,1	7,4
c Km/hora	8,8	13,2	17,7	22,1	26,5
	0,6	1,4	2,4	3,8	5,5

Comparando los datos anteriores, se observa que la longitud de la ola y su celeridad, disminuyen considerablemente conforme ésta se acerca al litoral.

El efecto de la profundidad es muy importante; por ejemplo, en un océano con profundidades de 1000, 2000, 3000, 4000, 5000 y 6000 metros la velocidad de la ola larga, en Km/hora sería de 356, 504, 616, 712, 795 y 870, que son velocidades muy elevadas.

ROTURA DE LA OLA.- Las componentes de la velocidad (u,v) del movimiento circular (tangencial) de las partículas de agua en la ola son de la forma:

Componente horizontal: $u = \frac{\pi H}{T} \frac{\operatorname{Cosh}\{\frac{2\pi}{\lambda}(y + h)\}}{\operatorname{Senh}(\frac{2\pi}{\lambda} h)} \cos(\frac{2\pi}{\lambda} x - w\,t)$

Componente vertical: $v = \frac{\pi H}{T} \frac{\operatorname{Senh}\{\frac{2\pi}{\lambda}(y + h)\}}{\operatorname{Senh}(\frac{2\pi}{\lambda} h)} \operatorname{sen}(\frac{2\pi}{\lambda} x - w\,t)$

siendo:
- ***x*** la coordenada horizontal en la dirección de propagación de la ola
- ***y*** la coordenada vertical

Las ecuaciones anteriores se transforman en:

En aguas profundas:
- Componente horizontal: $u = \frac{\pi H}{T}\, e^{\frac{2\pi y}{\lambda}} \cos(\frac{2\pi}{\lambda} x - w\,t)$
- Componente vertical: $v = \frac{\pi H}{T}\, e^{\frac{2\pi y}{\lambda}} \operatorname{sen}(\frac{2\pi}{\lambda} x - w\,t)$

En aguas poco profundas: $\begin{cases} \text{Componente horizontal: } u = \dfrac{H}{2} \sqrt{\dfrac{g}{h}} \cos\left(\dfrac{2\pi}{\lambda} x - w t\right) \\ \text{Componente vertical: } v = \dfrac{\pi H}{T} \dfrac{y + H}{h} \text{sen}\left(\dfrac{2\pi}{\lambda} x - w t\right) \end{cases}$

La ola rompe cuando la componente horizontal de la velocidad de las partículas de agua se iguala a la celeridad (u= c) proceso que va acompañado de una importante pérdida de energía; la condición de rotura implica que:

$$\sqrt{g h} = \frac{H}{2} \sqrt{\frac{g}{h}} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x - w t\right) = \left| x = 0 \;;\; t = 0 \;;\; H = H_r \right| = \frac{H_r}{2} \sqrt{\frac{g}{h}}$$

siendo H_r la altura de la ola al romper.

ENERGÍA DE LA OLA.- En una ola, cada partícula está dotada de energía cinética y energía potencial; en las olas regulares, los valores de la longitud de onda λ y del período T, permanecen constantes.

La energía de una onda regular es suma de la energía potencial E_p y la cinética E_c:

$$E = E_p + E_c = \frac{\rho\, g\, \lambda\, b\, H^2}{8} \text{ Kgm}$$

en la que: $\begin{cases} \rho \text{ es la densidad del agua en kg/m}^3 \\ H \text{ es la altura de la ola, distancia entre la cresta y el valle} \\ b \text{ es la anchura de la cresta o longitud del frente de ondas} \end{cases}$

En aguas profundas:

$$E = E_p = E_c = \frac{\rho\, g\, \lambda\, b\, H^2}{16} = \left| \lambda = \frac{g\, T^2}{2\pi} \text{Th} \frac{2\pi h}{\lambda} \right| = \frac{\rho\, g^2 T^2 b\, H^2}{32\pi} \text{Th} \frac{2\pi h}{\lambda} = \left| \begin{matrix} \text{En aguas profundas} \\ \text{Th} \dfrac{2\pi h}{\lambda} \approx 1 \end{matrix} \right| =$$
$$= 979{,}2\; b\, T^2 H^2 \text{ w.seg}$$

Puesto que la energía de las olas depende del cuadrado de su altura H es evidente que la disminución de esta altura con la profundidad ***h*** es importante en el estudio de la distribución de la energía de las olas en profundidad. La determinación de la presión ejercida por una ola contra un obstáculo, debida a la transferencia de su energía cinética sobre el mismo, es de gran interés para el aprovechamiento de la energía de las olas.

Se pueden medir presiones del orden de la tonelada por metro cuadrado, e incluso de decenas de toneladas por metro cuadrado durante las tempestades más fuertes, por lo que fácilmente se deduce la importancia que tienen estos valores en la construcción de obras portuarias o en mar abierto o en la misma navegación. La presión de las olas varía, al igual que la energía, con el cuadrado de la amplitud y se atenúa con la profundidad en forma exponencial.

POTENCIA DE LA OLA.- La potencia N_L del frente de onda por unidad de longitud b = 1, es:

$$N_L = \frac{1}{2} \rho\, g \left(\frac{H}{2}\right)^2 c\, \text{sen}^2\left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{2\pi}{T} t\right) \left(1 + \frac{4\pi h/\lambda}{\text{Sh}(4\pi h/\lambda)}\right) = \rho\, g \left(\frac{H}{2}\right)^2 c_g\, \text{sen}^2\left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{2\pi}{T} t\right)$$

siendo $\boldsymbol{c_g}$ la velocidad del grupo de olas, (asociada al avance de la energía), que es diferente de la velocidad c de la ola, de la forma:

$$c_g = \frac{c}{2}\left(1 + \frac{4\,\pi\,h/\lambda}{Sh(4\,\pi\,h/\lambda)}\right)$$

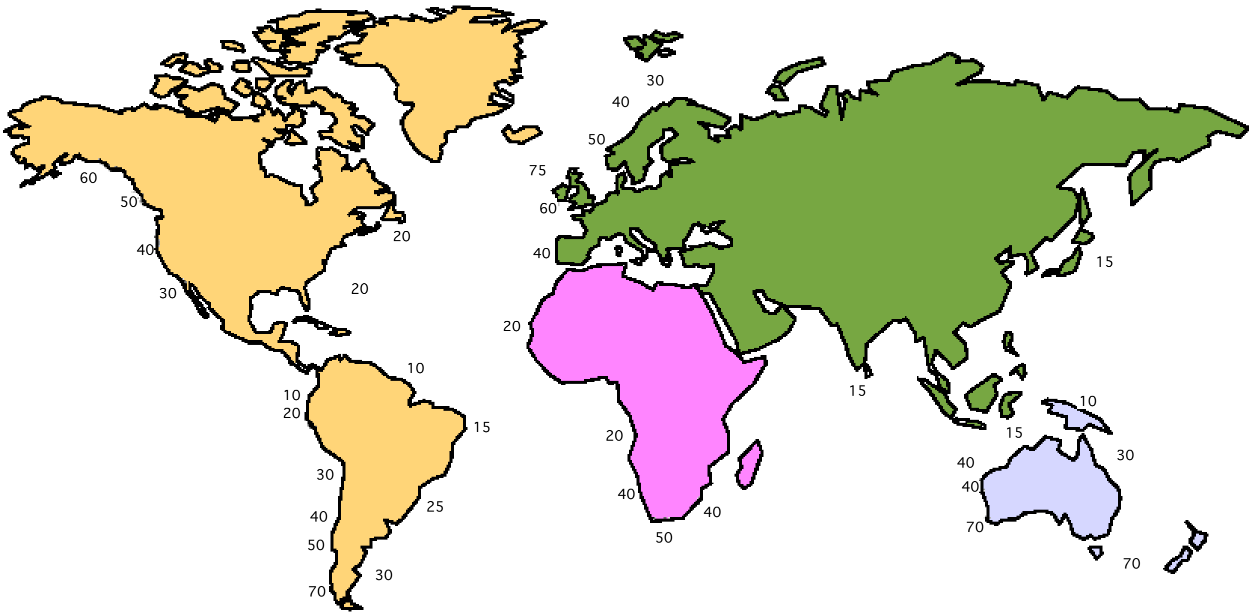

Fig I.7.- Distribución mundial media anual de la energía de las olas en mar abierto, en kW/m. frente de ola

La potencia media del frente de onda por unidad de longitud, es:

$$\hat{N}_L = \frac{\rho\, g\, H^2\, T}{32\,\pi}\, Th\left(\frac{2\,\pi}{\lambda}\, h\right)\left(1 + \frac{4\,\pi\,h/\lambda}{Sh(4\,\pi\,h/\lambda)}\right)$$

En aguas profundas, $h > \frac{\lambda}{2}$, se cumple que $c_g = \frac{c}{2}$, debido a que las olas que están en cabeza del grupo van perdiendo energía y acaban por desaparecer; mientras que en la cola del grupo aparecen nuevas olas; en esta situación, la potencia N_L por unidad de longitud de frente de ola, en función del período es:

$$N_L = \frac{\rho\, g\, H^2 c_g}{8} = \frac{\rho\, g\, H^2 c}{16} = \left| c = \frac{g\,T}{2\,\pi}\ ;\ T = \sqrt{\frac{2\,\pi\,\lambda}{g}} \right| = \frac{\rho\, H^2 g^2\, T}{32\,\pi} = \frac{\rho\, H^2}{16}\sqrt{\frac{\lambda\, g^3}{2\,\pi}}$$

En aguas poco profundas $h < \frac{\lambda}{2}$, se cumple que $c_g = c$.

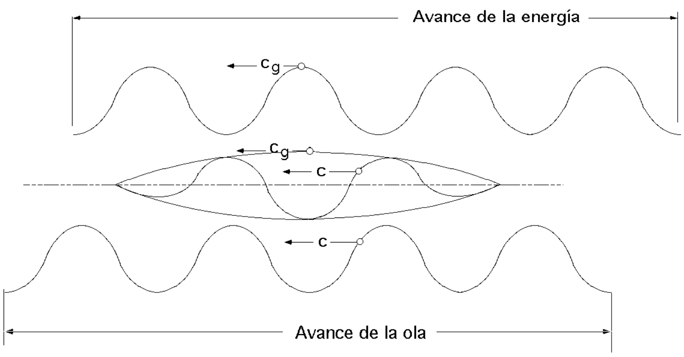

Fig I.6.- Avance de la ola y avance de la energía de la ola

Si H se mide en metros, T en segundos y $\rho = 1000$ kg/m³, resulta:

$$N_L = 0{,}955\ H^2\ T \quad \text{kW/m}$$

La energía de las olas varía con la latitud y los climas; en algunas zonas del Atlántico y en el norte del Japón, las olas pueden alcanzar una densidad de energía del orden de 10 MW por Km de frente de onda.

I.4.- TEORÍA DE ONDAS NO LINEAL

El comportamiento de la ola no lineal se puede describir mediante la teoría de Stokes, o mediante la teoría de la onda solitaria.

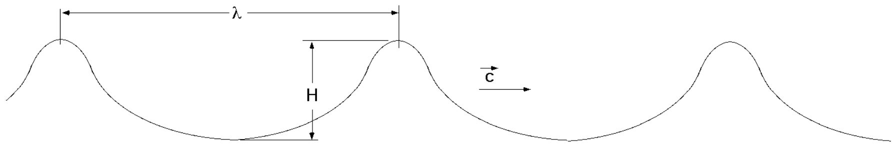

Fig I.8.- Ola no lineal (Stokes)

TEORÍA DE STOKES.- Para describir la ola en aguas poco profundas, Stokes propone una ecuación cuyo desplazamiento vertical es de la forma:

$$y = \frac{H}{2} \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi t}{T}\right) + \frac{3}{64}\ \frac{\lambda^2 H^2}{\pi^2 h^3} \cos\left\{2\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi t}{T}\right)\right\}$$

en la que la longitud λ de la ola y la celeridad son idénticas a las de la teoría lineal.

La componente ***u*** de la velocidad es:

$$u = \frac{\lambda H}{2 h T} \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi t}{T}\right) + \frac{3}{64}\ \frac{\lambda^3 H^2}{\pi^2 h^4 T} \cos\left\{2\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi t}{T}\right)\right\}$$

La condición de rotura H_r de la ola, profundidad del agua para la cual rompe la ola, es:

$$H_r = \frac{16\pi^2 h^2}{3 g T^2}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{3 g T^2}{4\pi^2 h}}\right)$$

cuyos valores más característicos vienen indicados en la Tabla I.3

La energía de la ola de frente b es: $E = \dfrac{\rho g H^2 \lambda b}{8}\left(1 + \dfrac{9}{64}\ \dfrac{H^2}{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^4 h^6}\right)$

La potencia de la ola de frente b es: $N = \dfrac{\rho g H^2 c_g b}{8}\left(1 + \dfrac{9}{64}\ \dfrac{H^2}{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^4 h^6}\right)$

$$c_g = c = \sqrt{g h}$$

observándose que al comparar estas ecuaciones con las obtenidas en la Teoría de onda lineal, la Teoría de Stokes las modifica mediante un factor de corrección de la forma:

$$\frac{9}{64}\ \frac{H^2}{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^4 h^6}$$

que para grandes profundidades tiende a 0.

Tabla I.3

Período T segundos	Altura de la ola en metros			
	1	2	5	10
5	1,3	2,1	4,2	7,2
7,5	1,6	2,6	51	8,6
10	1,8	3	5,9	9,8
12,5	2,1	3,5	6,6	11
15	2,3	3,9	7,4	12,1

TEORÍA DE LA ONDA SOLITARIA.- La característica principal de la ola descrita con esta teoría es que su superficie está, en cada instante, por encima del nivel normal del mar en la zona considerada Fig I.9. El perfil de la ola viene dado por el desplazamiento vertical ***y*** para cada posición ***x*** y tiempo ***t***, en la forma:

$$y = H\, \text{Sech}^2 \left\{ \sqrt{\frac{3\, H}{4\, h^3}}\, (x - ct) \right\}$$

siendo el valor de la celeridad: $c = \sqrt{g\, H \left(1 + \frac{H}{h}\right)}$

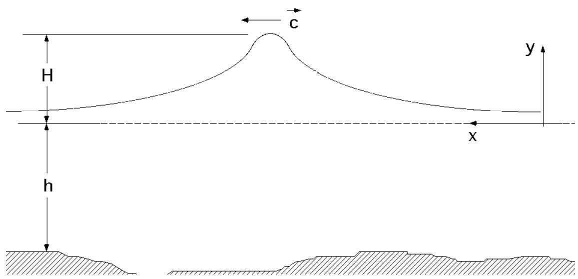

Fig I.9.- Onda solitaria o tsunami

La componente horizontal de la velocidad de las partículas del agua se define como:

$$u = \sqrt{\frac{g}{h}}\, y = \sqrt{\frac{g}{h}}\, H\, \text{Sech}^2 \left\{ \sqrt{\frac{3\, H}{4\, h^3}}\, (x - ct) \right\}$$

y la condición de rotura de la ola:

$$H_r = 0{,}714\, h_r$$

La energía de la ola en la zona de mar de fondo cerca del litoral viene dada por la expresión:

$$E = 1{,}54\, \gamma\, \sqrt{(H\, h)^3}\, b$$

observándose que la energía generada en estas circunstancias disminuye rápidamente con la altura ***h***, por lo que esta zona no se considera adecuada para la conversión y aprovechamiento de la energía del oleaje.

I.5.- EL OLEAJE REAL

El oleaje real del mar es una superposición compleja de numerosos trenes de olas no regulares con distintos valores de su período, altura, dirección, etc, siendo su estudio muy complejo, por lo que aquí sólo expondremos algunas nociones.

POTENCIA.- El comportamiento local de las olas se puede describir mediante el espectro direccional completo del estado del mar, que no es más que la función de densidad de probabilidad de la distribución del espectro de energía S(w,θ) que depende de la dirección θ y la frecuencia *w*.

La potencia del oleaje real depende, por lo tanto, de una serie de factores como la frecuencia ***w*** de las olas, su dirección θ, la profundidad ***h*** del mar, la celeridad del grupo de olas c_g, etc, viniendo dada por la expresión:

$$N_L = \gamma \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} c_g(w, h)\, S(w, \theta)\, dw\, d\theta$$

La potencia en aguas profundas $h > \frac{\lambda}{2}$, es:

$$N_L = \gamma \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{g}{4 \pi w}\, S(w, \theta)\, dw\, d\theta = \frac{\rho g^2}{4 \pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{S(w, \theta)}{w}\, dw\, d\theta = \frac{\rho g^2}{4 \pi}\, m_{(0)}\, T_p = \frac{\rho g^2}{4 \pi}\, m_{(0)}\, \frac{2 \pi}{w}$$

siendo T_p el período medio correspondiente a la frecuencia central del espectro S(wθ).

Si se define el ***enésimo momento, o momento espectral de orden n*** de la distribución de energía direccional $m_{(n)}$, como:

$$m_{(n)} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} w^n\, S(w,\theta)\, dw\, d\theta \xrightarrow{\text{En una dirección}} m_{(n)} = \int_0^{\infty} w^n\, S(w)\, dw$$

la expresión de la energía queda en la forma:

$$N_L = \frac{\rho g^2}{4 \pi} \int_0^{\infty} \frac{S(w)}{w}\, dw = \left| \int_0^{\infty} \frac{S(w)}{w}\, dw = m_{(-1)} \right| = \frac{\rho g^2}{4 \pi}\, m_{(-1)}$$

y en el supuesto en que la distribución de las alturas de las olas sea de tipo Rayleigh, la altura significativa de la ola H_s viene dada por:

$$H_s = 4 \sqrt{m_{(0)}}$$

por lo que el período energético $T_E = \frac{m_{(-1)}}{m_{(0)}}$ proporciona: $m_{(-1)} = T_E\, m_{(0)} = T_E\, \frac{H_s^2}{16}$

en la que H_s es la altura significativa de la ola (que se puede tomar como la media del tercio de las olas mayores), y en donde habría que estimar la altura de las olas por un experto: $H_s = 1{,}28\, H_v - 1{,}06$

En aguas profundas $h > \frac{\lambda}{2}$ se cumple que: $c_g = \frac{g}{4 \pi w}$, por lo que la potencia del frente de olas de anchura unidad, para olas no regulares, viene expresada por:

$$N_L = \frac{\rho g^2}{4\pi}\, m_{(-1)} = \frac{\rho g^2}{4 \pi}\, m_{(0)} T_E = \frac{\rho g^2}{64 \pi}\, H_s^2\, T_E = 0{,}493\, H_s^2\, T_E$$

y como: $\begin{cases} T_E = \text{período energético} \\ T_p = \text{período medio o modal} \end{cases} \Rightarrow T_E = 0{,}8572\, T_p$, resulta: $N_L = 0{,}423\, H_s^2\, T_p\, \frac{\text{kW}}{\text{m}}$

Espectro ISSC

$$N_L = 0{,}493\ H_s^2\ T_E = \left| \begin{array}{l} T_z = 0{,}7104\ T_p \quad \Rightarrow \quad T_p = \dfrac{T_z}{0{,}7104} = 1{,}4077\ T_z \\ T_E = 0{,}8572\ T_p = 0{,}8572 \times 1{,}4077\ T_z = 1{,}2067\ T_z \end{array} \right| = 0{,}493\ H_s^2 \times 1{,}2067\ T_z =$$

$$= 0{,}5949\ H_s^2\ T_z$$

en la que T_z es el período o tiempo de paso de dos olas consecutivas por una línea imaginaria a la mitad de la distancia entre la cresta y el valle, o período medio de paso por 0, de la forma: $T_z = \dfrac{T_v}{1{,}23}$

Hogben y Lumb (1967) proponen:

$$N_L = 0{,}5949\ H_s^2\ T_z = \left| \begin{array}{l} H_s = 1{,}23 + 0{,}88\ H_v \quad ó \quad H_s = 1{,}06\ H_v \\ T_z = 4{,}7 + 0{,}32\ T_v \quad ó \quad T_z = 0{,}73\ T_v \\ T_p = 4{,}1 + 0{,}76\ T_v \quad ó \quad T_p = 1{,}12\ T_v \end{array} \right| = 0{,}5949 \times (1{,}06\ H_v)^2 \times 0{,}73\ T_v = 0{,}487\ H_v^2\ T_v$$

Otras expresiones de la potencia deducidas por diversos autores, son:

Bretschneider-Mitsuyasu: $N_L = 0{,}441\ H_{(1/3)}^2\ T_{(1/3)} = 0{,}441\ H_s^2\ T_z$ kW/m

Jonswap: $N_L = 0{,}458\ H_{(1/3)}^2\ T_{(1/3)} = 0{,}458\ H_s^2\ T_z$ kW/m

Pierson-Moskowitz: $N_L = 0{,}549\ H_{(1/3)}^2\ T_{m(0,2)} = 0{,}549\ H_s^2\ T_z$ kW/m

ISSC: $N_L = 0{,}493\ H_{(1/3)}^2\ T_{m(0,1)} = 0{,}493\ H_s^2\ T_E = 0{,}493\ H_s^2 \times 1{,}2067\ T_z = 0{,}5949\ H_s^2\ T_z$ kW/m

Nath: $N_L = 0{,}538\ H_s^2\ T_z + 0{,}491\ \dfrac{H_s^3}{T_z}$ kW/m

Si se supone un estado del mar formado por Z olas consecutivas unidireccionales, se podría considerar que la energía media por ola es de la forma:

$$\hat{E} = 979\ \hat{H}^2\ \hat{T}^2$$

en la que $\hat{H}^2$ y $\hat{T}^2$ se calculan según Brestneider (1959) teniendo en cuenta que las distribuciones de altura de ola y períodos se pueden considerar independientes, con una distribución del tipo Rayleigh, por lo que:

$$\left. \begin{array}{l} H_s = \sqrt{2\ \hat{H}^2} \\ \hat{H} = \sqrt{8\ m_{(0)}}\ \Gamma(3/2) = 0{,}886\ \sqrt{8\ m_{(0)}} \\ \hat{H}^2 = 8\ m_{(0)}\ \Gamma(2) = 8\ m_{(0)} = \dfrac{H_s^2}{2} \\ \hat{T}^2 = 1{,}078\ T_z^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} E = 528\ H_s^2\ T_z^2 \ \text{ w.seg/m} \\ N = 0{,}528\ H_s^2\ T_z \ \text{ kW/m} \end{array} \right.$$

PERIODO.- La determinación del período se puede hacer mediante las ecuaciones:

$$T_z = T_{m(0,2)} = \sqrt{\frac{m_{(0)}}{m_{(2)}}} = 0{,}7104\ T_p = 0{,}7104\ \frac{1}{w_p}$$

$$\text{Períodos energéticos:} \left\{ \begin{array}{l} T_E = T_{m(0,1)} = \dfrac{m_{(0)}}{m_{(1)}} = 0{,}7718\ T_p = 0{,}7718\ \dfrac{1}{w_p} \\ T_E = T_{m(-1,0)} = \dfrac{m_{(-1)}}{m_{(0)}} = 0{,}8572\ T_p = 0{,}8572\ \dfrac{1}{w_p} \\ T_E = T_{m(-2,0)} = \sqrt{\dfrac{m_{(-2)}}{m_{(0)}}} = 0{,}8903\ T_p = 0{,}8903\ \dfrac{1}{w_p} \end{array} \right.$$

en las que: $\begin{cases} T_p \text{ es el período del pico de la distribución de frecuencias: } T_p = \dfrac{1}{w_p} \\ T_m\ (-1,0) \text{ es el período energético} \end{cases}$

Tabla I.4.- Relaciones entre distintos parámetros de períodos

	$\frac{T_{(1/3)}}{T_P}$	$\frac{T_z}{T_P}$	$\frac{T_{m(0,1)}}{T_P}$	$\frac{T_{m(0,2)}}{T_P}$	$\frac{T_{máx}}{T_{(1/3)}}$	$\frac{T_{(1/3)}}{T_z}$	$\frac{T_{m(0,2)}}{T_z}$
Valor medio	0,93	0,76	0,78	0,7	1	1,23	0,93

Tabla I.5.- Valores de la potencia en kW/m (Ecuación de Pierson-Moskowitz)

	Valores de H_S									
T_Z	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	3,3	13,2	29,6	52,7	82,4	118,6	161,4	Rotura	Rotura	Rotura
8	4,4	17,6	39,5	70,3	109,8	158,1	215,2	282,2	356	439
10	5	22	49	88	137	198	269	351	445	549
12	7	26	59	105	165	237	323	422	534	659
14	8	31	69	123	192	277	377	492	623	769
16	9	35	79	141	220	316	430	562	712	878
18	10	40	89	158	247	356	484	632	800	988

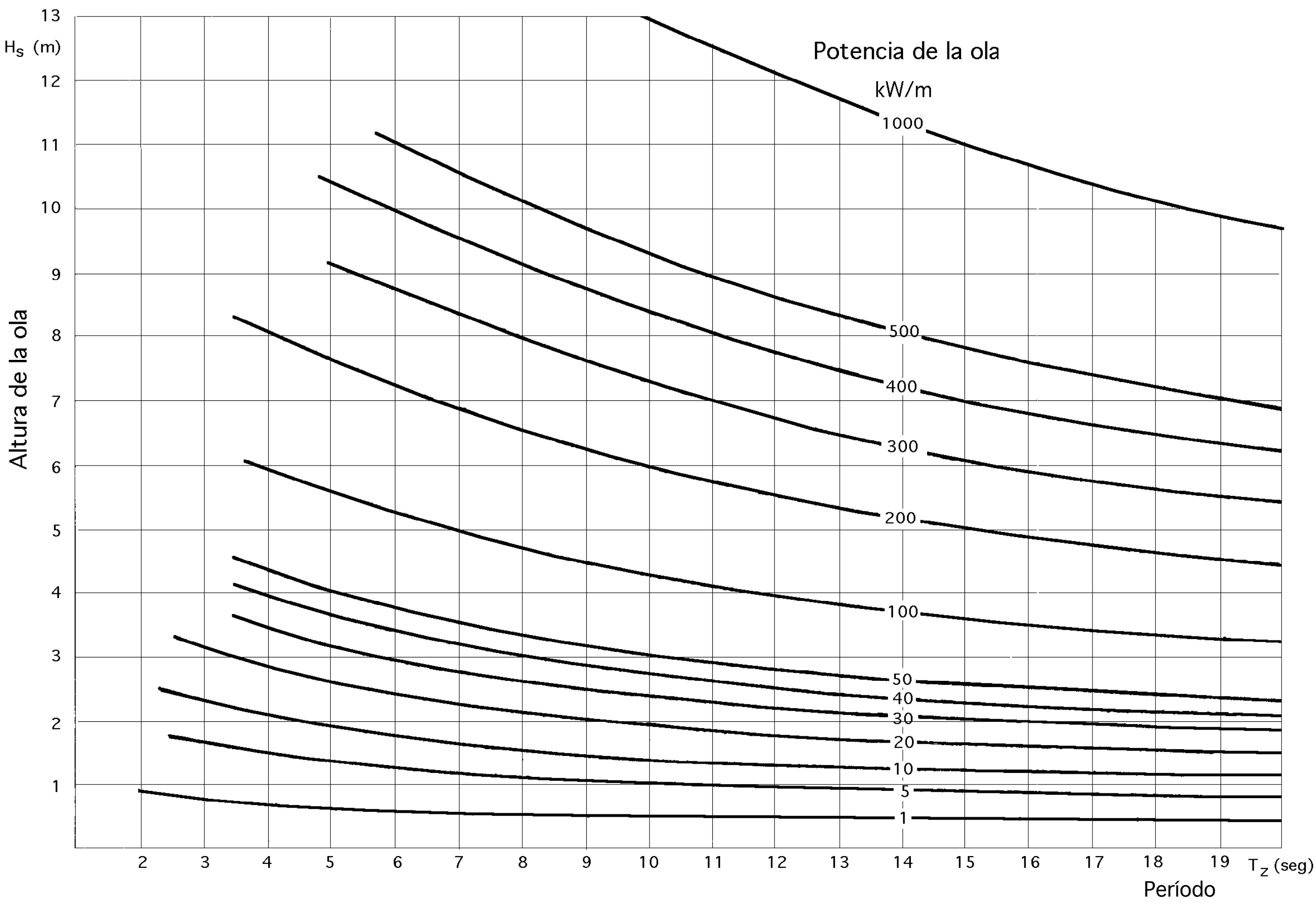

Fig I.10.- Valores de la potencia en kW/m (Ecuación de Pierson-Moskowitz), en función de la altura y el período de la ola