

**CÁLCULO Y DISEÑO**  
**DE LA HÉLICE ÓPTIMA**  
**PARA TURBINAS EÓLICAS**

por

Ricardo A. Bastianon

<http://Ricardo.Bastianon.googlepages.com/>  
e-mail: [bastianon2001@yahoo.com.ar](mailto:bastianon2001@yahoo.com.ar)

Marzo 2008

## PRÓLOGO

Este volumen ha sido escrito con la finalidad de aportar una metodología accesible para el cálculo y diseño de la hélice óptima de turbinas eólicas de eje horizontal. Con esta metodología se responde a las necesidades de aquellos que se interesan por la energía del viento y desean diseñar la hélice de sus equipos, comprender cómo ésta funciona y poder evaluar su desempeño.

La hélice que capta la energía disponible en el viento puede ser de características diversas. Una de calidad mediocre con cuerda constante y sin alabeo puede captar alrededor del 10% mientras que otra de buen diseño puede superar el 40%. Esta diferencia está determinada principalmente por la geometría de la hélice.

En esta presentación se muestran los aspectos más importantes del diseño y cómo influyen en su rendimiento y luego se establece un procedimiento paso a paso para calcular la hélice óptima. En forma adicional, se describe cómo calcular el rendimiento y las fuerzas y momentos, que se generan sobre una hélice de geometría dada, cuando es sometida a un viento de cierta intensidad girando a una velocidad determinada.

Como el aire es el que hace girar la hélice se ha incluido una introducción sobre los conceptos básicos de los fluidos y también ciertos conocimientos sobre aerodinámica para comprender cómo y porqué se eligen ciertos perfiles aerodinámicos. Con estos conceptos y algunos sobre mecánica de los fluidos se desarrolla uno de los métodos existentes para el cálculo de la hélice.

Este análisis contiene variadas hipótesis que posibilitan su tratamiento teórico y si bien estas suposiciones permiten un cálculo aproximado, resulta lo suficientemente preciso para una correcta evaluación de la forma geométrica de la hélice.

Este método ha sido utilizado para el cálculo de la hélice de la Turbina Eólica Argentina de 10 KW y el aerogenerador INDAER de 1 KW. En ambos casos su buen funcionamiento, con elevadas características, ha probado su bondad.

Ricardo A. Bastianon

# ÍNDICE

	Página
<b>CAPÍTULO 1 - Principios básicos sobre fluidos</b>	<b>5</b>
Viscosidad	5
Densidad	7
Viscosidad cinemática	7
Fuerzas dentro de un fluido, número de Reynolds	7
Flujo incompresible	8
Capa límite laminar y turbulenta	9
Capa límite laminar sobre una placa plana	10
Capa Límite Turbulenta	10
Flujo alrededor de una esfera	10
Resistencia aerodinámica	13
REFERENCIAS DEL CAPITULO 1	14
<b>CAPÍTULO 2 - Aerodinámica</b>	<b>15</b>
Perfiles Aerodinámicos	15
Variación de la Sustentación y la Resistencia	19
Coefficiente de Momento	20
Influencia del Número de Reynolds	21
Elección del Perfil Aerodinámico	21
Datos Experimentales sobre Perfiles Aerodinámicos	21
Características de Algunos Perfiles	22
REFERENCIAS DEL CAPITULO 2	23
<b>CAPÍTULO 3 - Captación de la energía del viento</b>	<b>24</b>
Energía del Viento	24
Potencia disponible y potencia captada	24
Tubo de Viento	25
Potencia captada por resistencia	27
Potencia captada por sustentación	28
REFERENCIAS DEL CAPITULO 3	29
<b>CAPÍTULO 4 - La hélice</b>	<b>30</b>
Coefficiente de Potencia y Relación de Velocidades	30
Solidez	31
Número de Palas	31
Tamaño de la Hélice	32
Influencia de la Calidad Aerodinámica de los Perfiles	33
Velocidad de Rotación	35
REFERENCIAS DEL CAPITULO 4	36

<b>CAPÍTULO 5 - Cálculo y diseño de la hélice óptima</b>	<b>37</b>
Hélice Óptima	37
Teoría de la Cantidad de Movimiento Axial	37
Factor de Velocidad Angular	38
Factor de Pérdidas en las Puntas	40
Teoría del Elemento de Pala de Hélice	41
Relación de Ambas Teorías	42
Cálculo de la Hélice Óptima	44
Procedimiento de Cálculo	46
Análisis de la Hélice Óptima	47
Dada la Geometría de la Hélice Calcular su Comportamiento	47
REFERENCIAS DEL CAPITULO 5	48

# CAPÍTULO 1

## PRINCIPIOS BÁSICOS SOBRE FLUIDOS

Fluido es una sustancia que se deforma fácilmente cuando se le aplica una fuerza tangencial por pequeña que ésta sea y comprende a los líquidos y a los gases.

Nuestra vida cotidiana presenta un sinnúmero de ejemplos en los que participan los fluidos. El agua y el aire son los más comunes y evidencia de ello es que la vida animal y vegetal del planeta se desarrolla sumergida en uno de estos fluidos, refs. 1, 2 y 3.

### Viscosidad

Inicialmente, veamos como se deforma un sólido al ser sometido a una fuerza tangencial. Su deformación no es continua sino directamente proporcional a la tensión de corte aplicada  $\tau$ , siempre que no exceda el límite elástico del material.

La tensión de corte  $\tau$  es la relación entre la fuerza aplicada  $F$  y el área de la placa  $A$ .

$$\tau = \frac{F}{A}$$

Debido a la fuerza, el sólido se deforma hasta lograr un nuevo estado de equilibrio y permanecerá en él, mientras actúe la fuerza, Fig. 1.1.

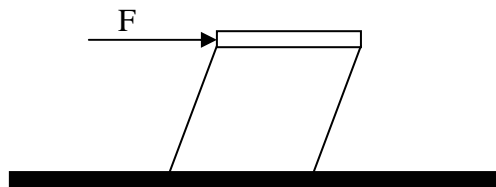


Figura 1.1

Repitiendo el experimento pero usando ahora un fluido, se produce una continua deformación a medida que transcurre el tiempo, Fig.1.2.

Se observa que la velocidad de deformación  $U$ , es proporcional a la tensión  $\tau$  aplicada y a la altura  $h$

$$U = k.h.\tau$$

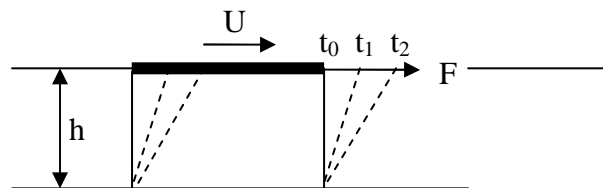


Figura 1.2

Además, el perfil de velocidades es lineal. Entonces  $\frac{du}{dy} = \frac{U}{h}$

de donde

$$\tau = \frac{U}{k.h} = \frac{1}{k} \frac{du}{dy} = \mu \frac{du}{dy}$$

donde  $\mu$  es el coeficiente de viscosidad.

La viscosidad que se manifiesta en los fluidos es consecuencia de la transferencia de la cantidad de movimiento de las moléculas y la cohesión de las mismas.

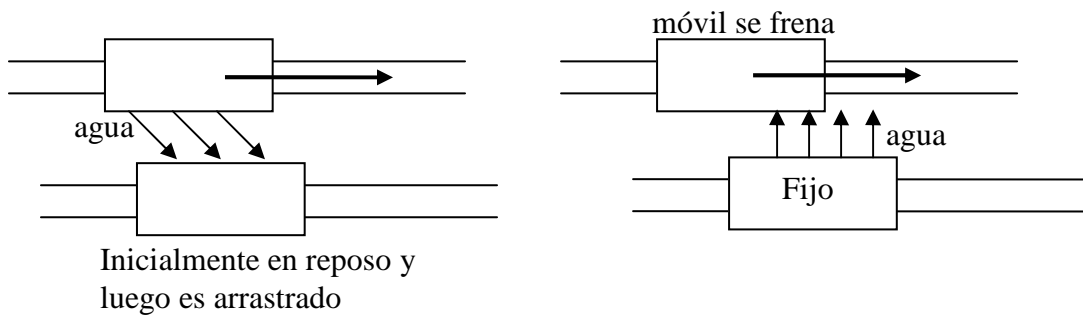


Figura 1.3

Las moléculas que provienen de zonas de alta velocidad tienden a empujar a las moléculas lentas y las moléculas que provienen de zonas de bajas velocidades tienden a frenar a las más rápidas. Como ejemplo supongamos un vagón móvil que al eyectar un chorro de agua mueve por arrastre a otro que se encuentra en reposo. Por el contrario, si el vagón fijo eyecta el agua, ésta tiende a frenar al vagón móvil, Fig. 1.3.

Este efecto de transferencia de cantidad de movimiento es muy importante en los gases ya que en ellos la fuerza de cohesión molecular es muy reducida.

En los líquidos la cohesión es en general la más importante. Por esta razón, en los líquidos, al aumentar la temperatura, la cohesión disminuye y por lo tanto la viscosidad disminuye. En los gases en cambio, un aumento de la temperatura produce una mayor agitación molecular y consecuentemente la viscosidad aumenta.

Para los gases entre  $170^\circ \text{ K}$  y  $500^\circ \text{ K}$ , la ley de variación de la viscosidad con la temperatura absoluta, está dada por:

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left[ \frac{T}{T_0} \right]^{0.76}$$

Donde  $T_0$  = temperatura absoluta de referencia

$\mu_0$  = viscosidad del gas a la temperatura absoluta de referencia  $T_0$ .

Los fluidos en los cuales, a una temperatura dada, el valor de la viscosidad  $\mu$  se mantiene aproximadamente constante con la deformación se denominan fluidos newtonianos y cuando  $\mu$  varía se denominan no-newtonianos. Si la viscosidad es nula,  $\mu = 0$ , los fluidos son ideales y si  $\mu \neq 0$ , son reales.

En un punto del fluido, el esfuerzo tangencial es  $\tau = \mu \frac{du}{dy}$

En este esfuerzo, deberá diferenciarse por un lado, la tensión que el fluido ejerce sobre las paredes y por el otro, la tensión que las paredes ejercen sobre el fluido. Ambas poseen la misma magnitud pero son de distinto signo, Fig. 1.4.

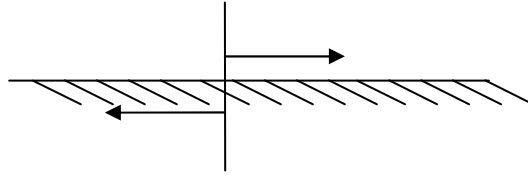


Figura 1.4

La dimensión de  $\tau$  es  $F/L^2$  y  $\frac{du}{dy} = \left[ \frac{L}{t \cdot L} \right] = \left[ \frac{1}{t} \right]$

por lo tanto

$$\mu = \left[ \frac{F \cdot t}{L^2} \right] = \left[ \frac{M}{L \cdot t} \right]$$

En el Sistema Internacional de Unidades (S.I.) la viscosidad se mide en

$$[\text{Kg}/(\text{m} \cdot \text{seg})]$$

### Densidad

La densidad se define como la masa por unidad de volumen. La densidad media en un cierto volumen está dada por  $\rho = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}}$  Dimensionalmente  $[\rho] = \frac{M}{L^3}$  y se mide en  $\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$

### Viscosidad cinemática

Es la relación entre la viscosidad y la densidad

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

Dimensionalmente  $[\nu] = \frac{L^2}{t}$  y se mide en  $\frac{\text{m}^2}{\text{seg}}$

Para el agua a 15° C  $\mu = 1,145 \cdot 10^{-3} \text{ Kg}/(\text{m} \cdot \text{seg})$

$$\nu = 1,145 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{seg}$$

para el aire a 15° C  $\mu = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Kg}/(\text{m} \cdot \text{seg})$

$$\nu = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{seg}$$

### Fuerzas dentro de un fluido, número de Reynolds

Entre los diversos tipos de fuerzas que aparecen dentro de un fluido podemos mencionar las fuerzas de inercia, Fig. 1.5, que están dadas por

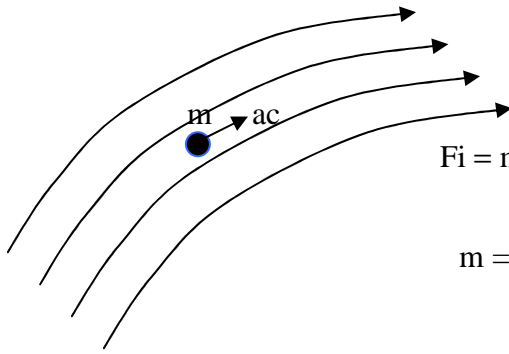


Figura 1.5

$$F_i = m \cdot ac = \rho \cdot \text{vol} \cdot ac \Rightarrow \rho \cdot L^3 \frac{L}{t^2} \frac{L}{L} = \rho \cdot L^2 \cdot V^2$$

m = masa, ac = aceleración, vol = volumen

Mientras que las fuerzas viscosas están dadas por

$$F_v = \tau \cdot L^2 = \mu \frac{V}{L} L^2 = \mu \cdot V \cdot L$$

La relación de estas dos fuerzas que existen en un fluido da origen al número de Reynolds

$$Re = \frac{F_i}{F_v} = \frac{\rho \cdot L^2 \cdot V^2}{\mu \cdot V \cdot L} = \frac{\rho \cdot L \cdot V}{\mu}$$

Calculemos el Re para diversas aplicaciones

Avión volando a  $V = 500 \text{ Km/h}$   $Re = 1,225 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} 29 \text{ m} 138 \frac{\text{m}}{\text{s}} \frac{1}{1,8 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m s}}{\text{Kg}}} \approx 2,7 \cdot 10^8$

Boeing 737  $L = 29 \text{ m}$

Automóvil  $Re = \frac{1,225 \cdot 3,5 \cdot 20}{1,8 \cdot 10^{-5}} = 5 \cdot 10^6$

Bicicleta  $Re = \frac{1,225 \cdot 2 \cdot 7}{1,8 \cdot 10^{-5}} = 10^6$

Sangre a  $37^\circ$   $\mu_s = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Kg/(m s)}$  y  $\rho_s = 1060 \text{ Kg/m}^3$   
 $V = 10 \text{ a } 60 \text{ cm/s}$  tomando  $35 \text{ cm/s} = 0,35 \text{ m/s}$

$\Phi = 3 \text{ mm} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$   $Re = \frac{1060 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot 0,35}{2 \cdot 10^{-3}} = 556$

### Flujo incompresible

Las ecuaciones que gobiernan el movimiento de un flujo fluido son las de Navier-Stokes, ref. 4. Estas ecuaciones para fluido incompresible resultan

$$\rho \frac{Du}{Dt} = X - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \nabla^2 u$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = Y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \nabla^2 v$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = Z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \nabla^2 w$$

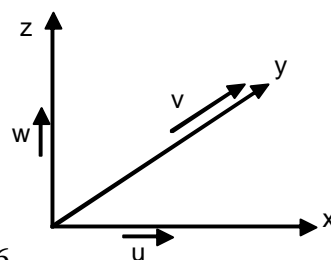


Figura 1.6



donde  $u, v, w$  son las componentes de la velocidad a lo largo de  $x, y, z$  respectivamente.

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \quad \text{y} \quad \nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

### Capa límite laminar y turbulenta

En un flujo fluido real, la velocidad disminuye en proximidad de la pared debido a la viscosidad que no permite el deslizamiento de las partículas sobre las fronteras rígidas, es decir, la velocidad del fluido sobre la pared es cero. Como resultado de este fenómeno resulta que los gradientes de velocidad y los esfuerzos tangenciales son máximos en esta zona que se denomina capa límite. La velocidad sobre la pared es cero y se incrementa al alejarse, aproximándose en forma asintótica a la velocidad del flujo externo.

La capa límite, normalmente es muy delgada, pero cuando el flujo se mueve sobre un cuerpo, una mayor cantidad de partículas son retardadas por efecto del esfuerzo de corte y la capa límite aumenta su espesor progresivamente aguas abajo.

En el caso de superficies lisas, la capa límite es laminar, ya que las partículas de fluido se mueven en capas lisas. Pero al aumentar el espesor, ésta se vuelve inestable y se transforma en una capa límite turbulenta, donde las partículas de fluido se mueven en forma más o menos caótica alrededor de una velocidad media, Fig. 1.7.

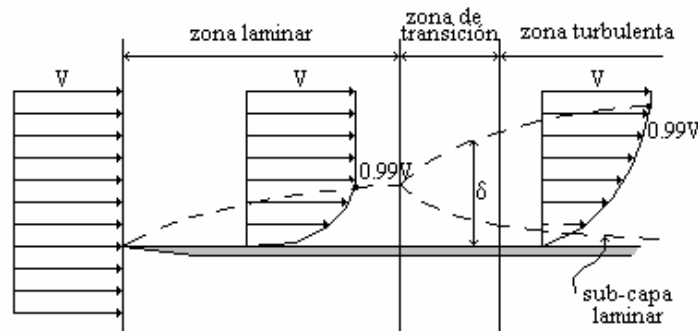


Figura 1.7

El espesor de la capa límite es una cantidad pequeña  $\delta$ . Dentro de la capa límite, algunas de las variables son grandes y otras pequeñas del orden de  $\delta$ . Despreciando los efectos de las pequeñas frente a las grandes se obtienen las ecuaciones de la capa límite.

Para flujo estacionario en 2 dimensiones con fluido incompresible, resultan

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

con las siguientes condiciones de contorno

$$\text{para } y=0 \Rightarrow u=0 \quad v=0 \quad ; \quad \text{para } y=\infty \Rightarrow u=U(x)$$

### Capa límite laminar sobre una placa plana

Resolviendo estas ecuaciones de la capa límite laminar para una geometría simple como la de una placa plana se obtiene la resistencia aerodinámica de una cara

$$D_T = C_f \frac{1}{2} \rho U^2 A$$

donde

$$C_f = \frac{1,328}{\sqrt{R_e}} \quad \text{y} \quad R_e = \frac{\ell U \rho}{\mu}$$

$\ell$  = longitud de la placa,  $b$  = ancho de la placa y  $A = b \ell$ , Fig. 1.8.

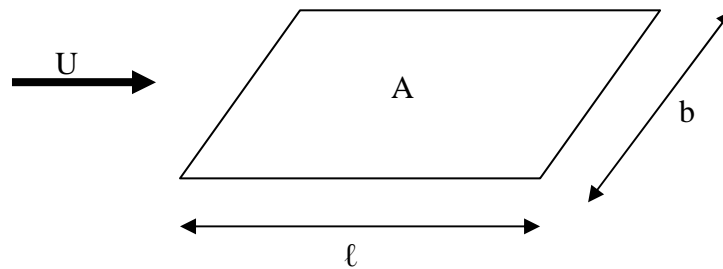


Figura 1.8

### Capa Límite Turbulenta

Cuando en la placa plana el número de Reynolds oscila entre  $0.5 \times 10^6$  y  $10^6$  la capa límite se hace turbulenta. Este valor crítico de Reynolds depende de varios factores, como:

- La turbulencia inicial del flujo.
- El borde de ataque.
- La rugosidad de la placa.

Además, para números de Reynolds menores que 2500, la teoría de la capa límite falla, pues el espesor de la capa es grande. La teoría de la capa límite ha sido desarrollada con la hipótesis de que su espesor es pequeño y pierde validez si esta suposición no se cumple.

La capa límite laminar proporciona una menor resistencia por fricción. Sin embargo, en muchas ocasiones es preferible tener capa límite turbulenta. Esta situación se suele presentar en ciertos perfiles aerodinámicos en los cuales la capa límite turbulenta, con mayor energía que la laminar, permanece adherida al perfil a mayores ángulos de ataque evitando así que el perfil entre en pérdida de manera brusca por el desprendimiento de la capa límite.

### Flujo alrededor de una esfera

En la Fig. 1.9 se observa el desarrollo de la capa límite sobre una esfera desde el punto de estancamiento y se muestra cómo va creciendo su espesor hacia atrás. Llega al punto de separación y a partir de allí la vena se desprende.

Si el flujo es laminar la capa límite tiene poca capacidad para resistir el gradiente de presión adverso y se desprende a unos  $82^\circ$  desde el punto de estancamiento. Por otro lado, si el flujo es turbulento, la capa límite tiene más energía y la separación se produce a  $\Theta = 120^\circ$ , Figs. 1.10 y 1.11. En la Fig. 1.12 se puede ver la distribución de presión para un fluido ideal sin viscosidad y para un flujo con capa límite laminar y turbulenta. Finalmente, en la Fig. 1.13 se observa la variación del coeficiente de resistencia en función del número de Reynolds, ref.5.

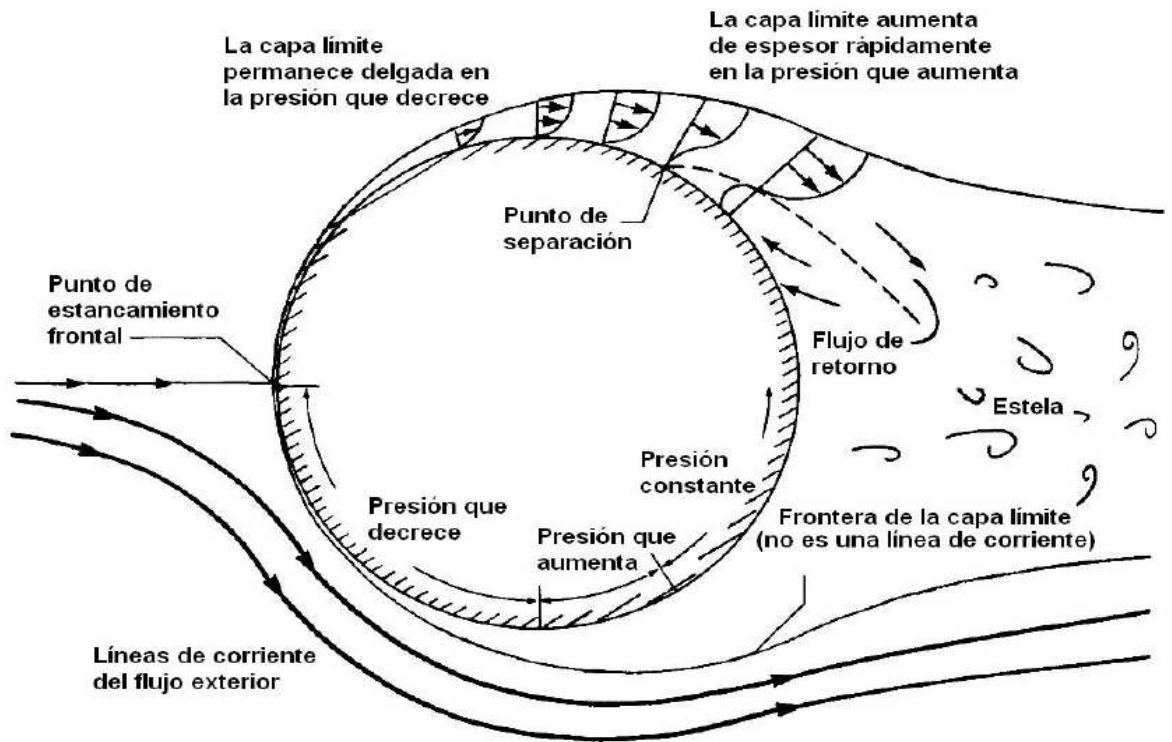


Figura 1.9

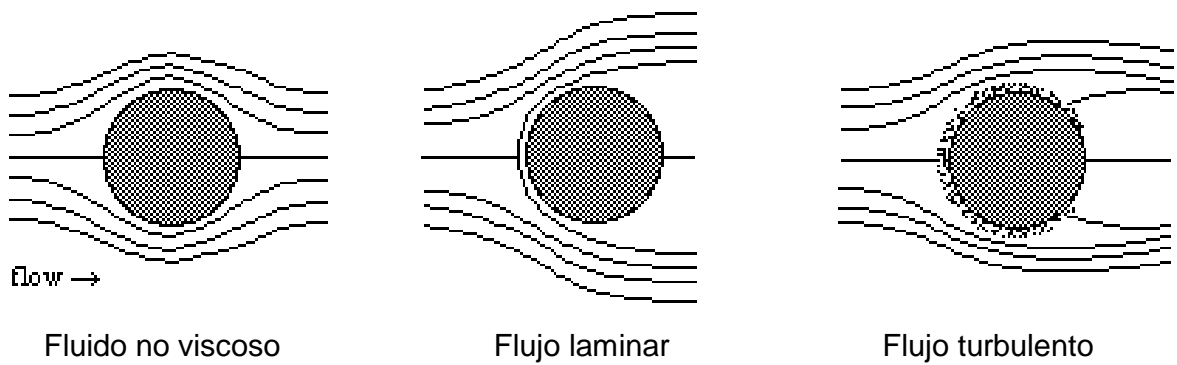
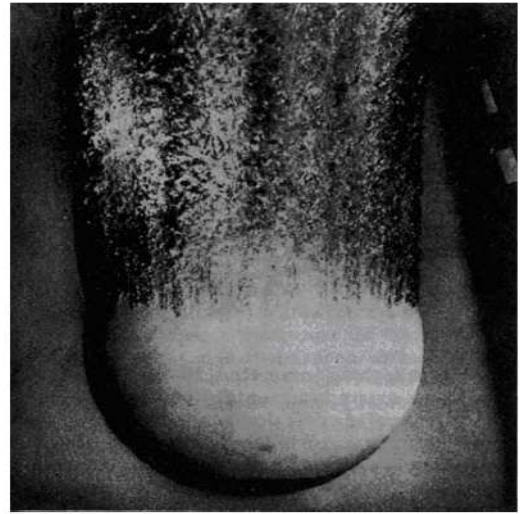


Figura 1.10



Capa límite laminar  
(mayor resistencia)



Capa límite turbulenta  
(menor resistencia)

Figura 1.11

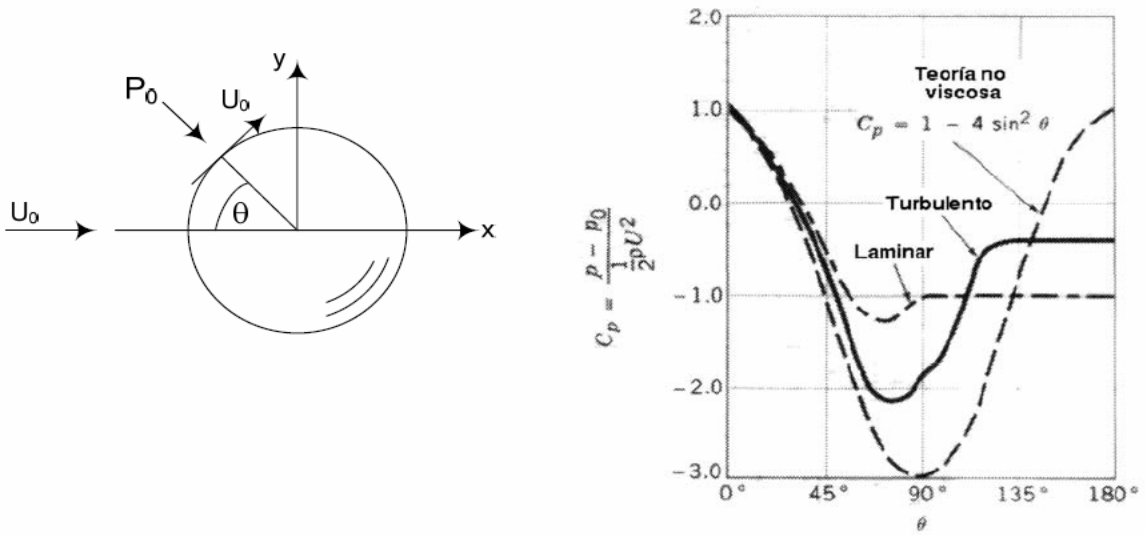


Figura 1.12 Distribución de presiones alrededor de una esfera.

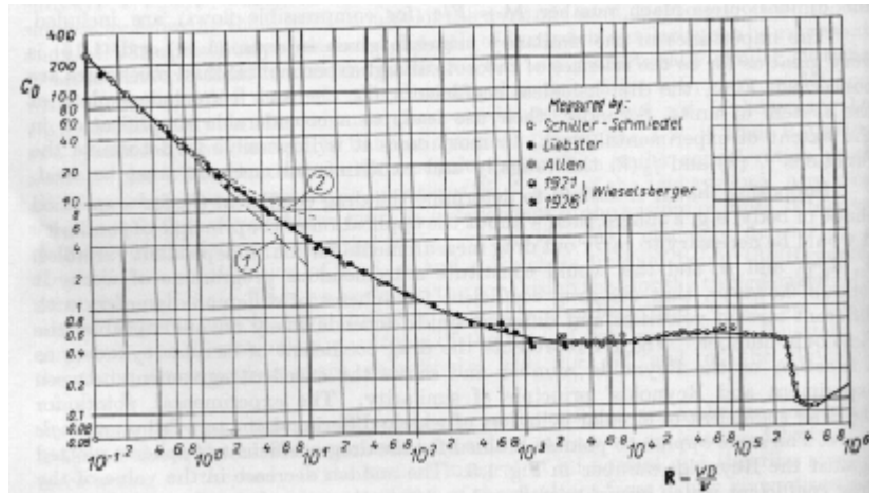


Figura 1.13 Coeficiente de resistencia de esferas en función del número de Reynolds

### Resistencia aerodinámica

Cuando un cuerpo sumergido en un fluido se desplaza a cierta velocidad se origina sobre el cuerpo una fuerza que se opone al movimiento. Esta fuerza se denomina resistencia aerodinámica si el fluido es aire, o, resistencia hidrodinámica si el fluido es agua. En lo que sigue nos ocuparemos del movimiento en el aire.

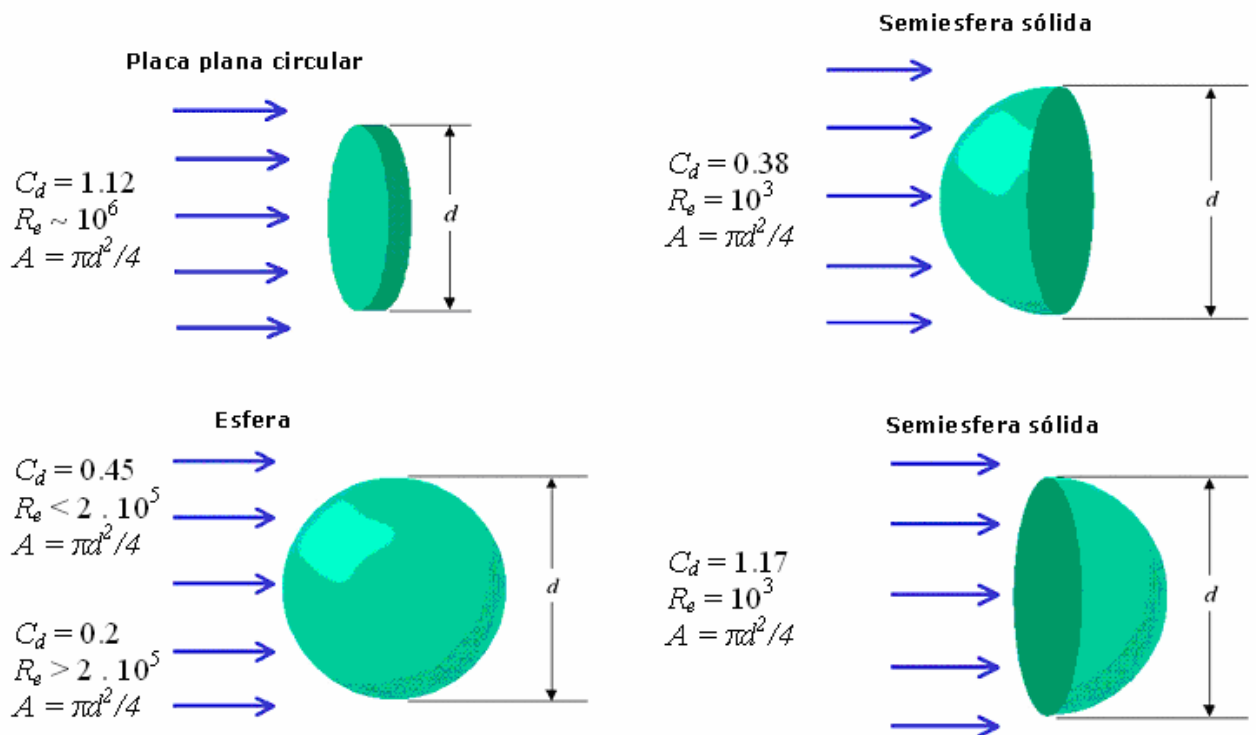


Figura 1.14

La forma de un objeto afecta enormemente a la resistencia que ejerce el aire sobre el cuerpo. Por ejemplo, un cuerpo chato obliga al aire a cambiar de dirección bruscamente, produciendo un frenado importante mientras que una placa plana alineada con el viento, apenas perturba la corriente y sufre poca resistencia al avance.

En la Fig. 1.14 se muestra el valor del coeficiente de resistencia aerodinámica para varios cuerpos de forma distinta. A partir de estos valores se comenzó a estudiar la forma que debía

tener un cuerpo para que su resistencia al avance fuese pequeña notándose que los cuerpos ahusados cumplían este requisito. De este modo, los perfiles aerodinámicos fueron desarrollándose progresivamente en un proceso de prueba y error hasta alcanzar características de baja resistencia y elevada sustentación.

La resistencia es función del número de Reynolds y del estado superficial del cuerpo.

#### Problemas

1.- Una esfera lisa de acero de 5 mm de diámetro desciende en caída libre. Calcular la velocidad que puede alcanzar. (Considerar que la densidad del acero es de  $7800 \text{ Kg/m}^3$ ).

2.- Qué sucede si la esfera tiene un diámetro de 10 cm?

#### **REFERENCIAS DEL CAPITULO 1**

1.- White F. M., “Mecánica de los Fluidos”, Mc Graw-Hill, México, 1983.

2.- Fox & McDonald, “Introduction to Fluid Mechanics”, John Wiley & Sons, Inc. New York, 1973.

3.- Karamcheti K., “Principles of Ideal-Fluid Aerodynamics”, John Wiley & Sons, Inc. New York, 1966.

4.- Shames, I. H., “La Mecánica de los Fluidos”, Mc Graw-Hill, México, 1967.

5.- Schlichting, H., “Boundary-Layer Theory”, Mc Graw-Hill, New York, 1968.

## CAPÍTULO 2

### AERODINÁMICA

#### Perfiles Aerodinámicos

Cuando se comenzaron a estudiar las propiedades aerodinámicas de cuerpos de formas diversas, no existía ninguna teoría para calcular perfiles y casi todos los primeros pasos se orientaron a ensayos experimentales. Poco a poco se fueron entendiendo las relaciones entre las formas de los cuerpos y sus características aerodinámicas pudiéndose comprobar la necesidad de contar con una nariz redondeada y un borde de fuga agudo, ref. 1 a 4.

En la Fig. 2.1 se describe la nomenclatura de un perfil aerodinámico: cuerda, borde de ataque, borde de fuga, espesor y curvatura.

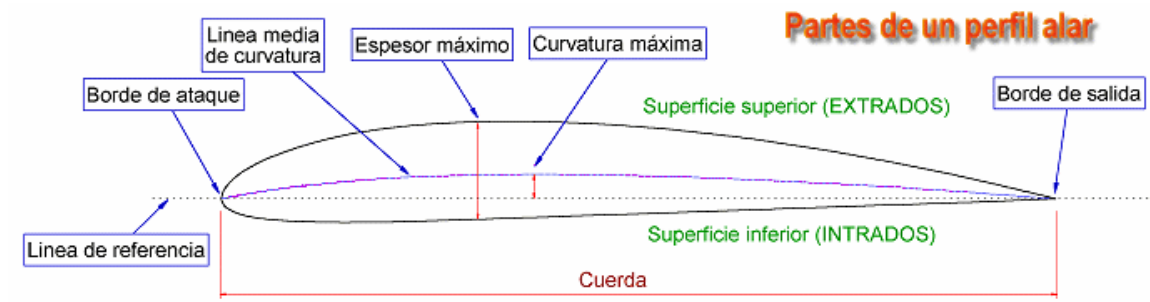


Figura 2.1

Cuando un perfil de la forma del dibujo enfrenta una corriente de aire, se desarrollan distintas velocidades a ambos lados del cuerpo, Fig. 2.2.

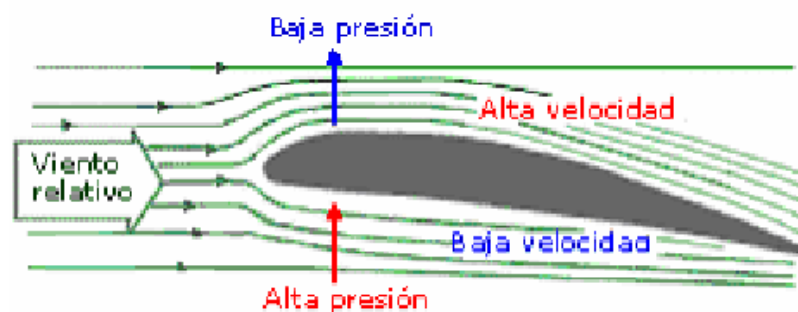


Figura 2.2

La velocidad es mayor sobre la cara superior del perfil y como de acuerdo con la ecuación de Bernoulli, a mayor velocidad corresponde una menor presión, resulta que en la cara superior se genera una zona de baja presión que succiona al perfil hacia arriba. Correspondientemente, en la cara inferior, donde las partículas del aire se mueven a menor velocidad, se desarrolla una sobrepresión con respecto a la corriente libre que también empuja al perfil en forma ascendente. La integración de las presiones ejercidas sobre el perfil da como resultado una fuerza resultante denominada fuerza de presión, ref. 5.



Figura 2.3

Adicionalmente, el deslizamiento de las partículas del aire sobre la superficie del perfil, genera por razonamiento otra fuerza denominada de resistencia por fricción, que se suma a la anterior. Tanto las palas de las hélices como las alas de los aviones son de longitud finita y esta realidad suma otro ingrediente que origina una resistencia adicional denominada resistencia inducida. Cuando el aire se escurre alrededor del perfil, la presión en la cara inferior (intradós) es mayor que en la superior (extradós), en consecuencia el flujo tiende a “filtrarse” por las punteras de abajo hacia arriba, como puede verse en la Fig. 2.4. Ahora bien, a este movimiento de abajo



Figura 2.4 Flujo del aire en las puntas del ala

hacia arriba debe sumarse el traslado del avión hacia adelante, de manera que componiendo ambos movimientos da como resultado un torbellino en las punteras de las alas como se ve en las Figs. 2.5 y 2.6.

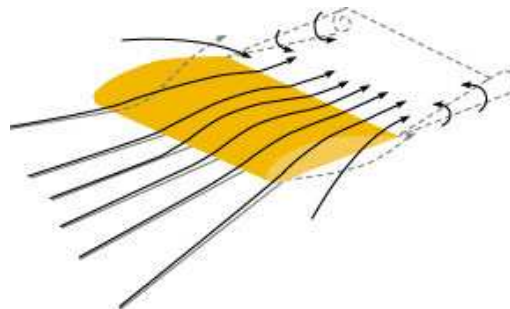


Figura 2.5 Vórtices de la extremidad del ala



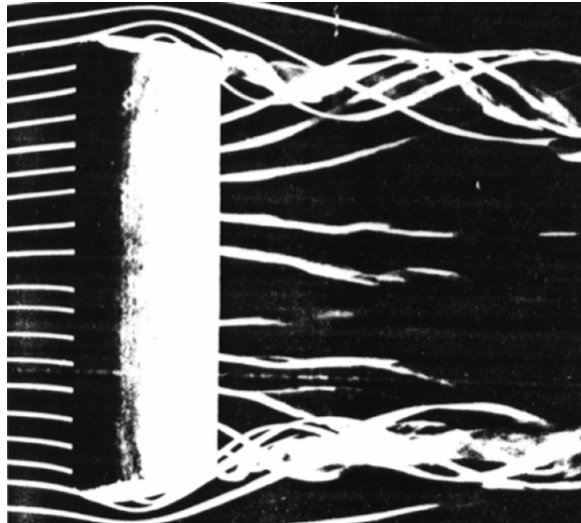


Figura 2.6 Vórtices de la extremidad del ala

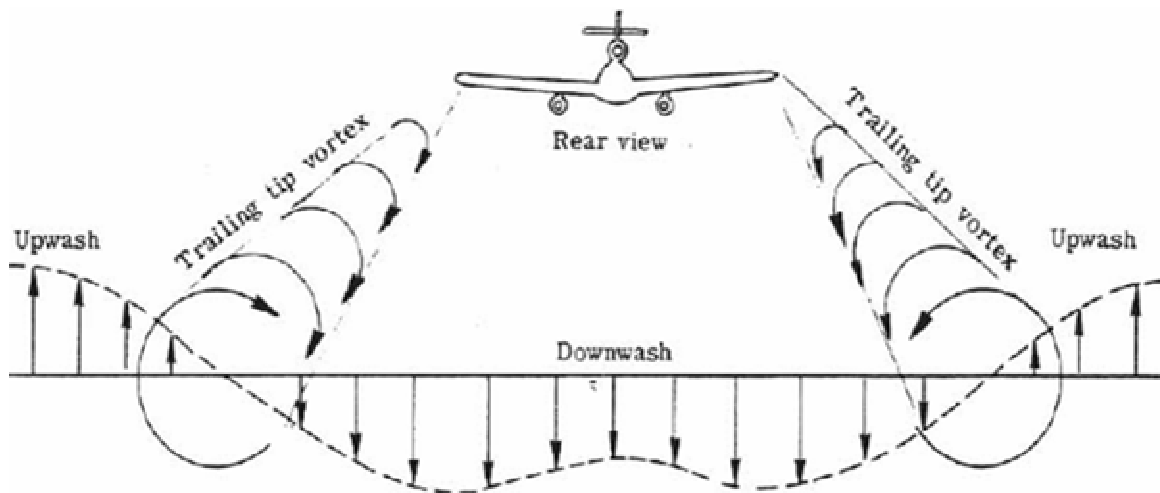


Figura 2.7

El campo de velocidades creado por los vórtices, Fig. 2.7, produce sobre toda el ala componentes  $w$  hacia abajo que se combinan con la velocidad de avance  $V$ . Estas dos combinadas dan origen a la velocidad relativa del viento. La sustentación es ahora perpendicular a la velocidad relativa formando un ángulo  $\alpha_i$  con la vertical, es decir, se ha generado una resistencia adicional  $D_i$ , la resistencia inducida, Fig. 2.8.

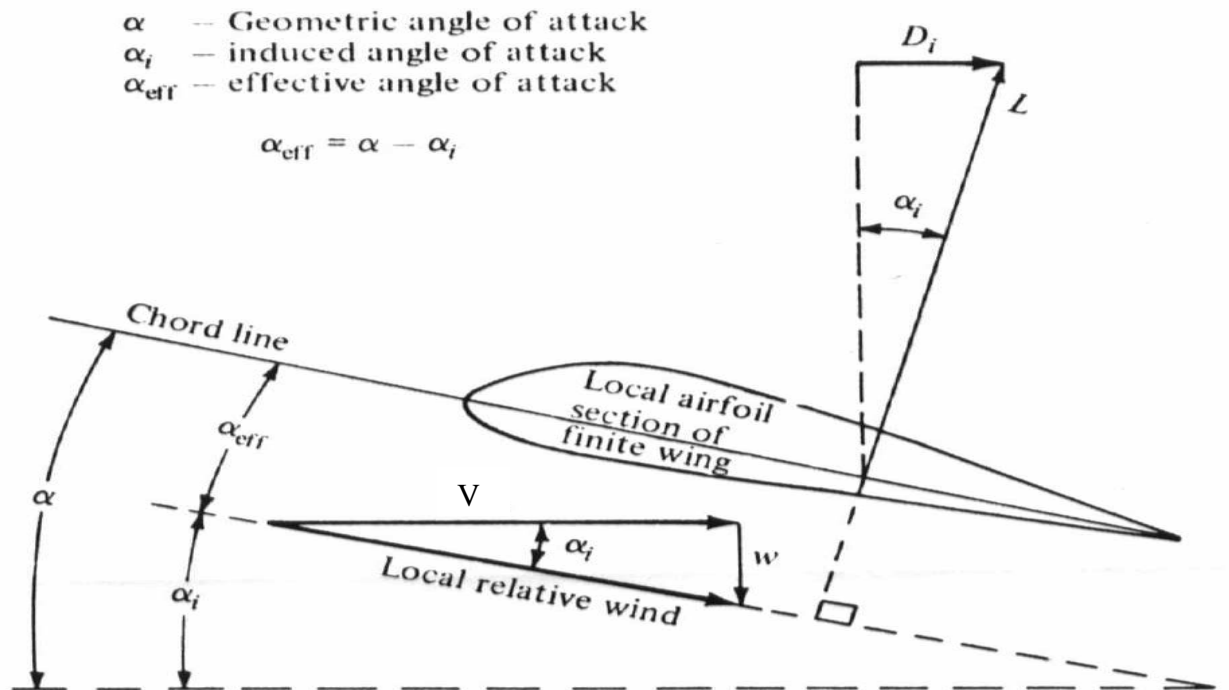


Figura 2.8 Resistencia inducida

La desviación del flujo hacia abajo y los vórtices que son arrastrados por la estela del ala, aumentan la resistencia al avance, pues continuamente están entregando energía a la corriente de aire.

La resultante  $R$ , suma de todas las fuerzas actuantes, tiene la dirección que muestra la Fig. 2.9, la cual puede separarse en sus componentes normal y paralela a la dirección de la velocidad de la corriente libre. La componente normal  $L$ , se denomina sustentación y la paralela  $D$ , se denomina resistencia. La sustentación y la resistencia se expresan del siguiente modo:

$$L = C_L q S$$

$$D = C_D q S$$

donde

- $C_L$  = coeficiente de sustentación
- $C_D$  = coeficiente de resistencia
- $q = \frac{1}{2} \rho V^2$  = presión dinámica
- $\rho$  = densidad del aire
- $V$  = velocidad relativa entre el perfil y el aire
- $S = C \Delta r$  = superficie proyectada de la sección del perfil
- $C$  = cuerda o distancia entre el borde de ataque y el borde de fuga del perfil
- $\Delta r$  = longitud de la sección, perpendicular al dibujo. Se supone que la forma del perfil se mantiene constante en esta distancia  $\Delta r$ .

La sustentación y la resistencia que actúan sobre el perfil pueden considerarse como aplicadas en un determinado punto y para definir en forma completa la acción de las fuerzas sobre el perfil, es necesario además, especificar el momento alrededor del mismo punto.

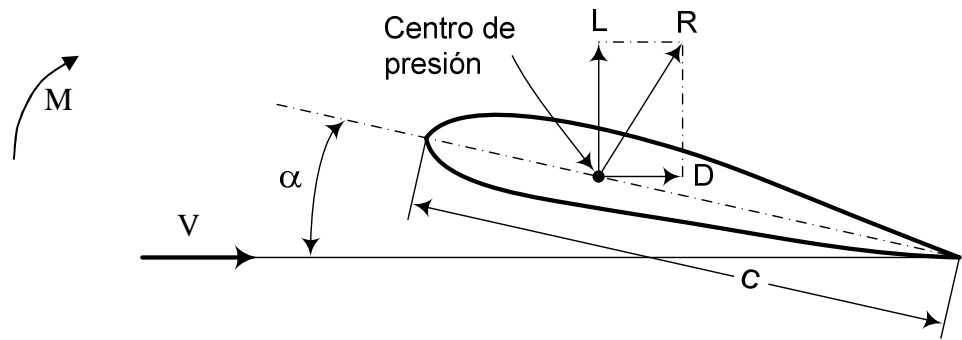


Figura 2.9

El ángulo que se forma entre la velocidad relativa y la cuerda, se denomina ángulo de ataque  $\alpha$  y la acción del momento  $M$  tiende a modificar este ángulo. El momento  $M$ , de cabeceo, se considera positivo cuando tiende a levantar la nariz del perfil y puede expresarse como  $M = C_m q S C$

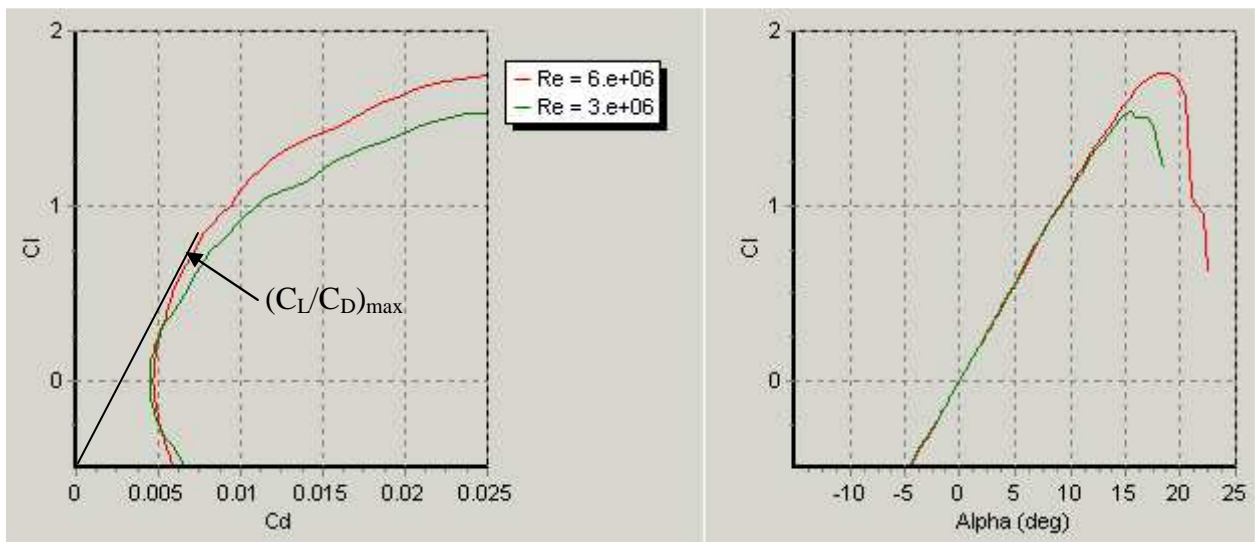


Figura 2.10

Para determinar las características aerodinámicas de un perfil se pueden graficar los coeficientes en función del ángulo de ataque. Las características aerodinámicas de los perfiles también pueden analizarse en un diagrama polar, donde el coeficiente de sustentación  $C_L$ , se grafica en función del coeficiente de resistencia  $C_D$ . En este gráfico se puede observar que la relación  $C_L/C_D$  está dada por la pendiente de la recta que une un punto de la curva con el origen de coordenadas. A su vez, el valor máximo  $(C_L/C_D)_{\max}$  es la pendiente de la recta tangente a la curva y que pasa por el origen, Fig. 2.10.

### Variación de la Sustentación y la Resistencia

El coeficiente de sustentación  $C_L$ , crece en forma aproximadamente lineal con el ángulo de ataque hasta un valor máximo, a partir del cual cae abruptamente. En esta última situación, el perfil entra en pérdida dejando de sustentar. La pérdida se produce debido al desprendimiento de la capa límite en la cara superior del perfil, como consecuencia del gradiente de presión adverso existente más allá del punto de máximo espesor, Fig.2.11. Por esta razón, es importante que la forma de los perfiles aerodinámicos, tengan un gradiente de presión reducido. De este modo, el desprendimiento de la vena fluida ocurre en la parte posterior del perfil, próximo al borde de fuga, con lo cual la sustentación se mantiene elevada por más tiempo.

Las propiedades deseables de los perfiles son: elevada sustentación y baja resistencia. El parámetro usado para medir la calidad del perfil es  $L/D$  y en especial interesa el valor  $(L/D)_{\text{máx}}$  que puede alcanzar al variar el ángulo de ataque.

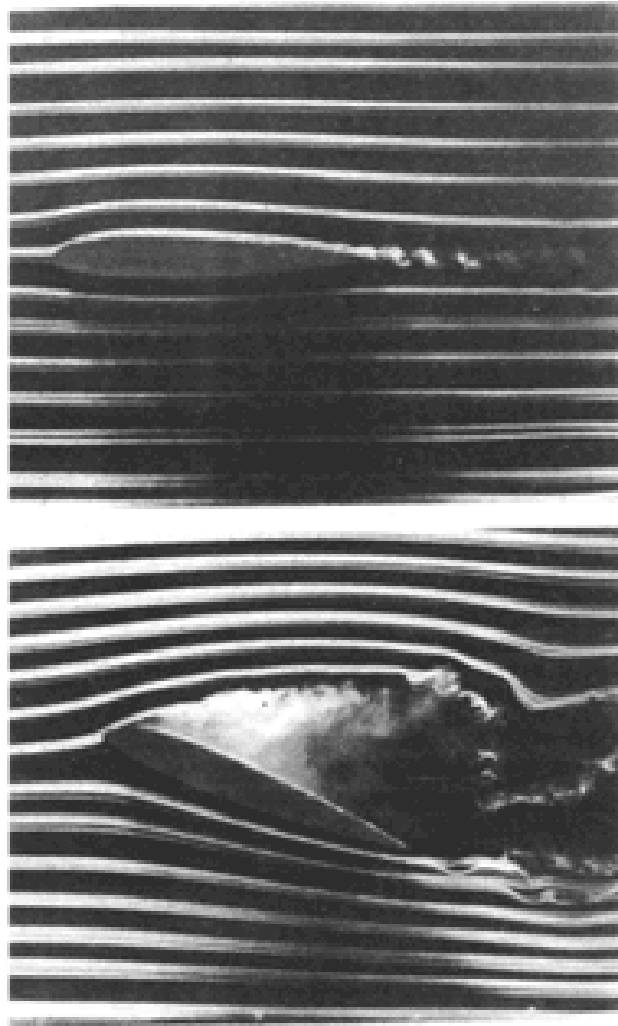


Figura 2.11

El coeficiente de resistencia  $C_D$ , por su parte, tiene un valor bajo para pequeños ángulos de ataque y aumenta en forma aproximadamente parabólica hasta la pérdida.

Al considerar los coeficientes aerodinámicos también se debe tener en cuenta que el ala es finita y que la relación de aspecto, influye considerablemente en sus valores debido a los efectos producidos por la punta del ala. La relación de aspecto se define como

$$A_r = \frac{b^2}{S_a}$$

donde  $S_a$  es la superficie del ala proyectada en planta y  $b$  la envergadura del ala.

### **Coefficiente de Momento**

El coeficiente de momento depende del punto alrededor del cual es considerado. En los perfiles, normalmente existe un centro aerodinámico o foco, alrededor del cual el momento se mantiene

constante al variar el ángulo de ataque. Para esta consideración, la variación del ángulo de ataque debe mantenerse dentro de la zona lineal del coeficiente de sustentación.

Para perfiles delgados y de poca curvatura el centro aerodinámico está ubicado al 25% de la cuerda a partir del borde de ataque.

También es importante definir el centro de presión de un perfil aerodinámico y éste es el punto donde la resultante de las fuerzas aerodinámicas corta a la cuerda. De este modo, el centro de presión es casi coincidente con el punto de aplicación de las fuerzas aerodinámicas y como consecuencia, el momento aerodinámico con respecto a centro de presión es nulo.

En perfiles delgados y de poca curvatura, el centro de presión está detrás del 25% de la cuerda y al aumentar  $\alpha$ , el centro de presión, se aproxima gradualmente al 25% de la cuerda.

### **Influencia del Número de Reynolds**

Los coeficientes aerodinámicos dependen del número de Reynolds,

$$Re = \rho C V / \mu.$$

Los ensayos experimentales han sido realizados normalmente para aplicaciones aeronáuticas con elevados números de Reynolds y estos no son directamente aplicables a las turbinas eólicas, debido a las bajas velocidades de rotación de sus hélices. Para algunos perfiles, existen datos a bajos números de Reynolds provenientes de aplicaciones en aerodelismo, ref. 6. Para los demás casos, suele efectuarse una extrapolación que debe estar respaldada por una cuidadosa interpretación.

### **Elección del Perfil Aerodinámico**

La elección del perfil aerodinámico para hélices de aerogeneradores, se inicia seleccionando aquellos que poseen un elevado coeficiente de sustentación y simultáneamente un bajo coeficiente de resistencia. Esto normalmente se obtiene tomando aquellos perfiles que poseen altos valores de la relación sustentación sobre resistencia,  $C_L/C_D$  y luego, se deberá considerar otras propiedades relacionadas con la forma en que  $C_L$  y  $C_D$  varían con el ángulo de ataque.

Para las turbinas eólicas se sugieren aquellos perfiles en los cuales el coeficiente  $C_L$  alcanza su valor máximo en forma suave, evitando los que tienen picos agudos de  $C_L$  en función de  $\alpha$ , en los cuales la abrupta caída de la sustentación pueden producir fuertes vibraciones.

Las exigencias para lograr coeficientes aerodinámicos óptimos, conducen a perfiles muy delgados pero como éstos por lo general no son lo suficientemente resistentes como para soportar los considerables esfuerzos a que serán sometidos, se deberá realizar un compromiso entre la aerodinámica y la resistencia estructural. Un cuidadoso análisis es requerido en este punto pues la resistencia estructural está íntimamente asociada con el diseño de la pala y con los materiales empleados en su construcción. Se requiere un proceso iterativo comenzando con la aerodinámica. Luego se calculan los esfuerzos sobre la pala para las condiciones de mayor exigencia posible durante la vida útil y se establece el diseño adecuado, por ejemplo, de largueros y costillas que resistan estos esfuerzos con los materiales seleccionados. Si estos requerimientos no son satisfechos habrá que optar por un perfil aerodinámico más resistente y rehacer nuevamente el proceso. El costo de fabricación también debe ser considerado.

### **Datos Experimentales sobre Perfiles Aerodinámicos**

Los primeros ensayos en túneles de viento, alrededor del año 1920, fueron realizados en Göttingen, Alemania. Estos trabajos fueron de tal importancia, que durante 25 años casi todos los aviones usaron los perfiles diseñados y experimentados en este laboratorio o desarrollados a partir de aquellos, ref. 6. Luego, aparecieron las investigaciones de NACA en Estados Unidos, que realizó mediciones en una extensa variedad de formas geométricas. Sobre la base de en estos trabajos, se

publicaron catálogos con las características de los más variados perfiles, los cuales fueron designados con el nombre NACA, acompañado de un número relacionado en su geometría, ref. 7. También deben mencionarse los perfiles de elevado rendimiento desarrollados por Franz X. Wortmann y Dieter Althaus en Stuttgart, Alemania, los cuales fueron usados con éxitos en planeadores y turbinas eólicas.

### Características de Algunos Perfiles

El perfil Clark Y, desarrollado y ensayado en 1933 en Estados Unidos, ha logrado gran difusión por sus bondades aerodinámicas. Además, es importante destacar que su vientre plano, facilita la construcción, ya que éste sirve como plano de referencia. Tiene un valor  $(C_L/C_D)_{\max} = 81,6$  para  $Re = 200.000$ .

El perfil Wortmann FX 63-137 desarrollado en la Universidad de Stuttgart ha sido utilizado con mucho éxito en Argentina, en la hélice de la Turbina Eólica Argentina de 10 KW y en el aerogenerador INDAER de 1 KW. Para  $Re = 200.000$  alcanza un  $(C_L/C_D)_{\max} = 83$  y este valor crece considerablemente al aumentar el número de Reynolds. Sus características aerodinámicas son excelentes, si bien su construcción es laboriosa debido a la forma cóncava-convexa del vientre del perfil, Fig. 2.12, ref. 8.

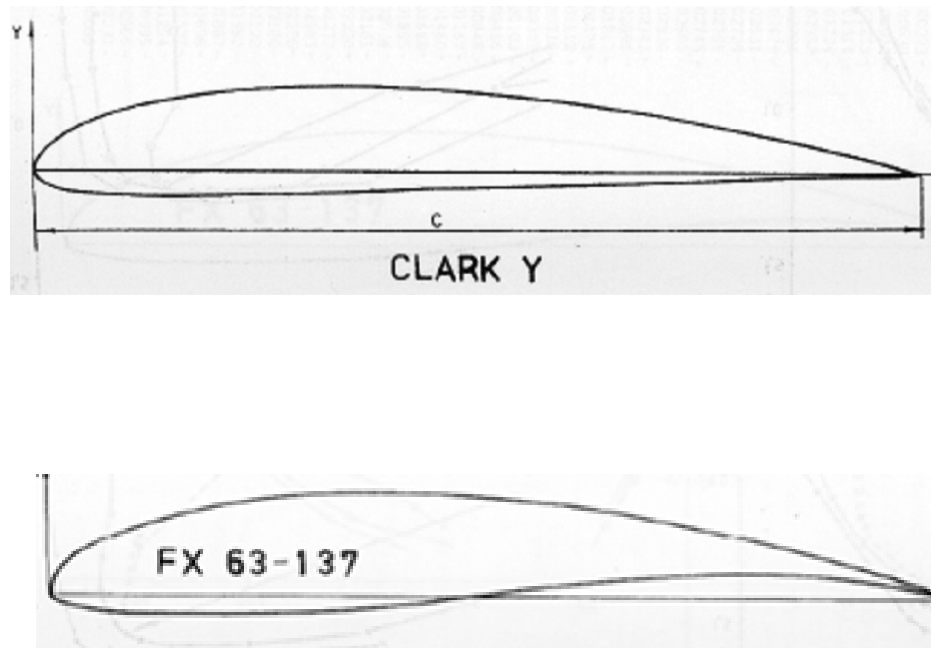


Figura 2.12

La Fig. 2.13 muestra la variación de  $C_L$  en función del ángulo de ataque y puede apreciarse los valores más elevados que tiene el FX 63-137.

### Problemas

Si la punta de pala de una hélice de diámetro  $\Phi = 12$  m tiene una velocidad tangencial  $V_t = 65$  m/seg, calcular el número de  $Re$  al 70% del radio máximo donde la cuerda  $c = 0,30$  m y el viento sopla a 9 m/seg. Adicionalmente, calcular  $Re$  si  $\Phi = 3$  m y  $c = 0,12$  m.

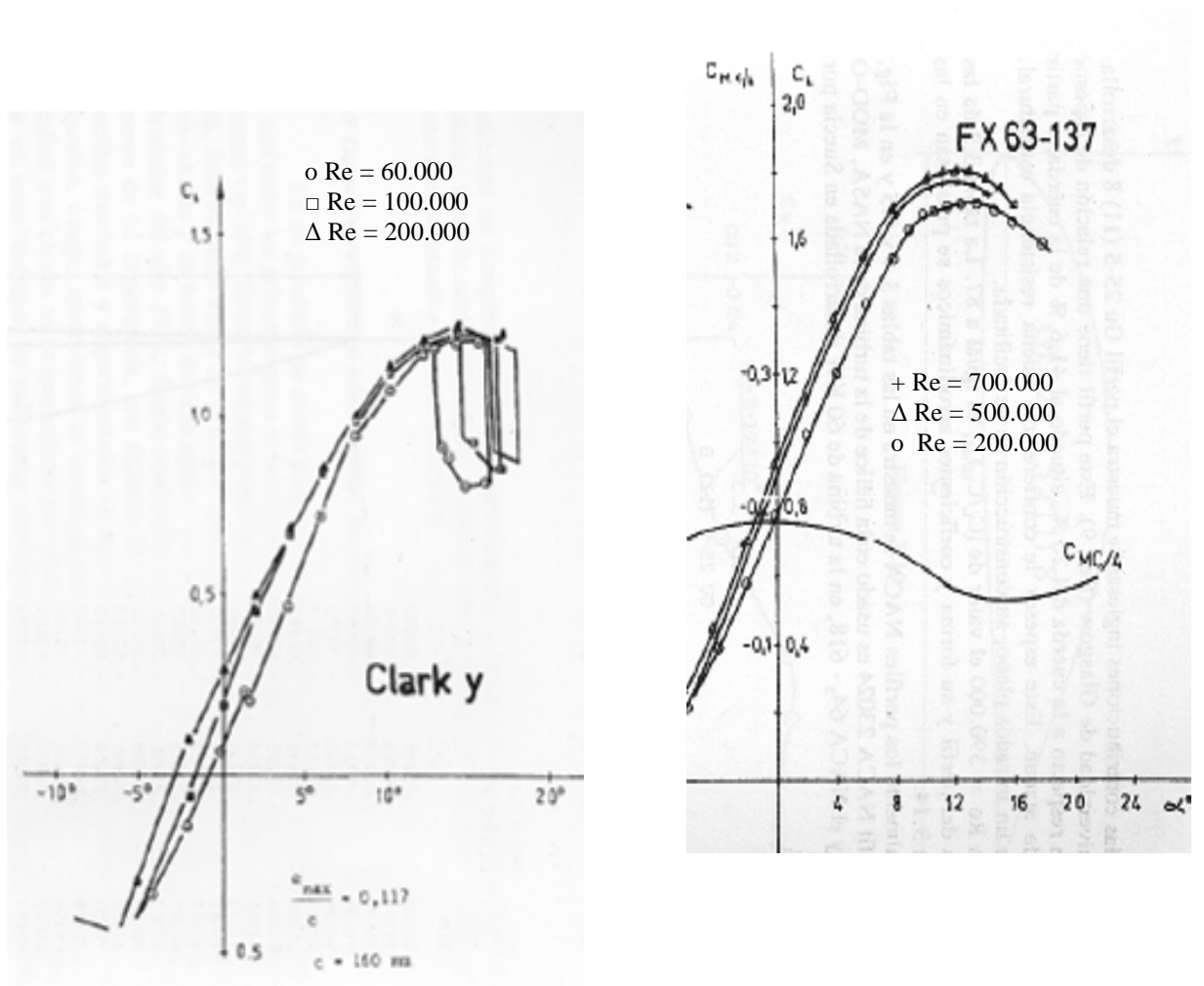


Figura 2.13

## REFERENCIAS DEL CAPITULO 2

- 1.- Von Mises R., "Theory of Flight", Dover Publications, 1959.
- 2.- Rebuffet P., "Aérodynamique Expérimentale", Librairie Polytechnique Béranger, Paris 1958.
- 3.- Horner S.F., "Fluid-Dynamic Drag", Ed. Horner, N.J, 1965.
- 4.- Horner S.F., "Fluid-Dynamic Lift", Ed, Horner, N.J, 1975.
- 5.- Prandtl L., Tietjens O., "Applied Hydro and Aeromechanics", Dover Publications, N.Y., 1934.
- 6.- Althaus D., "Profilpolaren Für Den Modellflug", Ed. Neckar-Verlag, 1979.
- 7.- Abbot I.H., von Doenhoff A.E., "Theory of Wing Sections", Dover Publications, 1959.
- 8.- Althaus D., Wortmann F.X., "Stuttgarter Profilkatalog I", Ed. Vieweg., Stuttgart, 1982.

## CAPÍTULO 3

### CAPTACIÓN DE LA ENERGÍA DEL VIENTO

#### Energía del Viento

La energía del viento es una consecuencia de la energía cinética de las partículas del aire en movimiento, (Ref. 1). La energía cinética es igual a

$$E_c = \frac{1}{2} m V_1^2$$

donde  $m$  es la masa de las partículas del aire y  $V_1$  la velocidad de la misma, Fig. 3.1. A su vez, la masa que atraviesa una sección  $A$ , perpendicular a la dirección del viento, es:

$$m = \rho A \ell$$

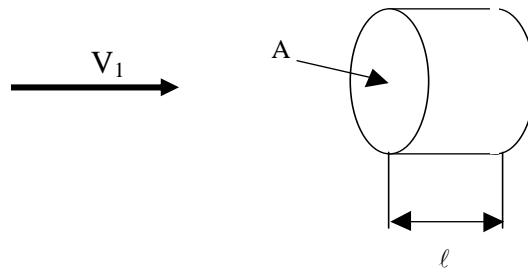


Figura 3.1

donde  $\rho$  es la densidad del aire y  $\ell$  el desplazamiento de las partículas. Consecuentemente, la energía cinética que pasa por  $A$  es

$$E_c = \frac{1}{2} \rho A \ell V_1^2$$

#### Potencia disponible y potencia captada

La potencia disponible en el viento correspondiente a la masa de aire en movimiento es la energía cinética por unidad de tiempo

$$P_d = E_c / t = \frac{1}{2} \rho A V_1 V_1^2 = \frac{1}{2} \rho A V_1^3$$

Sólo una parte de esta potencia disponible en el viento puede ser captada por la hélice. La potencia captada  $P_c$  será

$$P_c = C_p P_d = C_p \frac{1}{2} \rho A V_1^3$$

Donde  $C_p$  es el coeficiente de potencia que indica la capacidad de la hélice para captar la energía del viento.



### Tubo de Viento

Para comprender que sucede cuando el viento atraviesa una turbina, comenzaremos por estudiar un tubo de corriente, usando la teoría de cantidad de movimiento axial. Esta teoría si bien es simple y no tiene en cuenta varios efectos que ocurren realmente, sirve lo suficiente como para visualizar los principales fenómenos que se desarrollan y los variados estados de funcionamiento de la hélice.

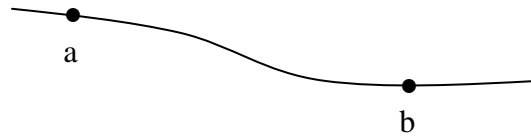


Figura 3.2

En la Fig. 3.2 se ha representado una línea de corriente de un fluido incompresible. Para esta línea, la ecuación de Bernoulli dice que

$$p_a + \frac{1}{2} \rho V_a^2 = p_b + \frac{1}{2} \rho V_b^2 = p_t$$

donde  $p$  es presión estática,  $p_t$  presión total, que es constante a lo largo de la línea de corriente,  $\rho$  densidad y  $V$  velocidad, en los puntos  $a$  y  $b$ .

Los estudios correspondientes al tubo de viento, fueron iniciados por Rankine (Ref. 2), y luego seguidos por Froude utilizando un modelo idealizado, con una hélice de un número infinito de palas, que no producen rotación en la estela ni ocasionan pérdidas por fricción con el aire.

Se considera un volumen de control limitado por los extremos (1) y (4) y por la superficie externa del flujo de las líneas de corriente que pasan por las áreas  $A_1$  y  $A_4$ , Fig. 3.3. Las presiones en los extremos son prácticamente iguales a las del flujo no perturbado y por lo tanto tomaremos  $p_1 = p_4$ .

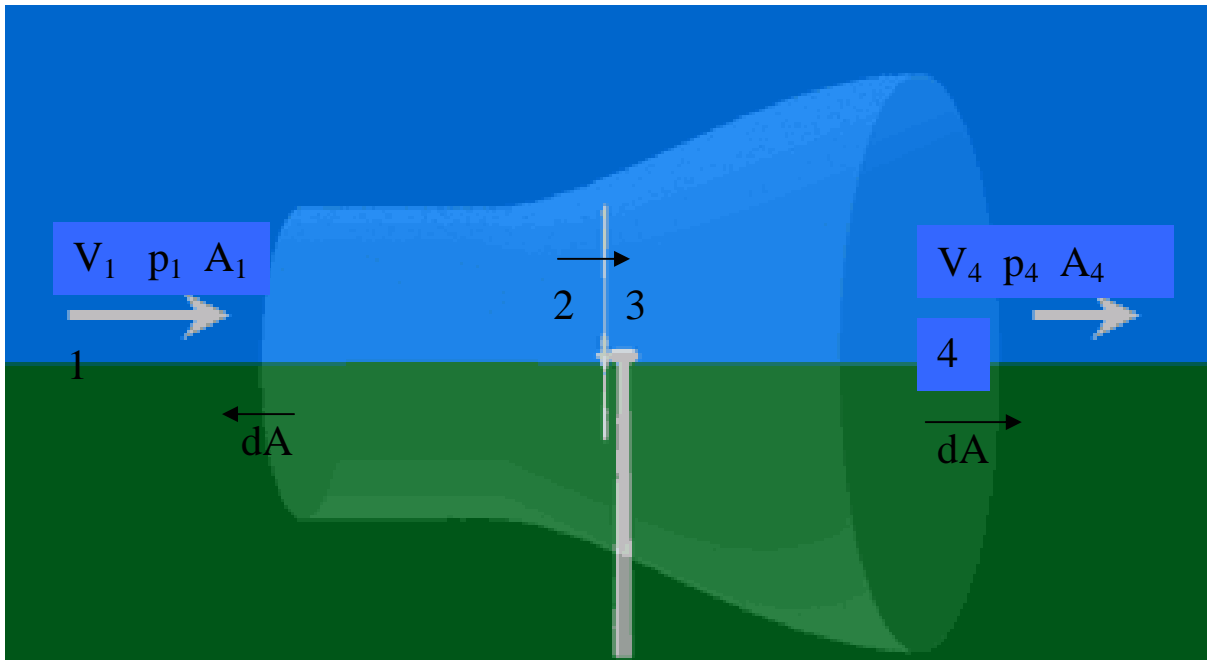


Figura 3.3

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre las secciones (1) y (2), se obtiene

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho V^2$$

Entre (3) y (4)

$$p_3 + \frac{1}{2} \rho V^2 = p_4 + \frac{1}{2} \rho V_4^2$$

de donde

$$p_2 - p_3 = \frac{1}{2} \rho (V_1^2 - V_4^2) \quad (3.1)$$

Por la ecuación de la cantidad de movimiento axial para flujo estacionario

$$\bar{F} = \int_A \bar{V} \rho (\bar{V} \cdot d\bar{A})$$

donde F es la fuerza exterior que actúa sobre el fluido y A es la superficie que envuelve al volumen de control. Integrando

$$F = V_4 \rho V_4 A_4 - V_1 \rho V_1 A_1 = \rho A_d V (V_4 - V_1)$$

Ya que por continuidad del caudal  $\rho V_4 A_4 = \rho V_1 A_1 = \rho V A_d$

Donde  $A_d$  es el área del disco de la hélice. Entonces la fuerza que el aire ejerce sobre la hélice es

$$F_{sd} = \rho A_d V (V_1 - V_4) \quad (3.2)$$

la cual también es igual a

$$F_{sd} = (p_2 - p_3) A_d \quad (3.3)$$

Entre las ecuaciones (3.1), (3.2) y (3.3) se deduce que la velocidad  $V$  que cruza la hélice es

$$V = \frac{(V_1 + V_4)}{2}$$

Esta velocidad axial  $V$  que atraviesa el disco de la hélice, es menor que la velocidad del viento y se puede representar introduciendo un factor de interferencia  $a$ .

$$V = V_1 (1 - a)$$

y entonces

$$V_4 = V_1 (1 - 2a)$$

A su vez, la potencia captada por la hélice es el producto de la fuerza que el aire ejerce sobre la hélice, ecuación (3.1), multiplicada por la velocidad del aire a través del disco de la hélice

$$P_c = F_{sd} \cdot V = \rho A_d V (V_1 - V_4) V = 2 \rho A_d V_1^3 a (1 - a)^2$$

Esta potencia pasa por un máximo cuando  $a = 1/3$ . En este caso  $V = 2/3 V_1$  y  $V_4 = V_1/3$ .

También habíamos visto que  $P_c = C_p \frac{1}{2} \rho V_1^3 A_d$

De donde resulta

$$C_p = 4 a (1 - a)^2$$

Cuando  $a = 1/3$   $C_p$  alcanza el valor máximo

$$C_{p_{\max}} = \frac{16}{27} = 0,593$$

Este valor es llamado coeficiente de Betz, quien lo dedujo en 1927 (Ref. 3) y expresa que de la potencia disponible en la corriente de aire, sólo puede extraerse un 59,3 %. Este límite de Betz ha sido cuestionado debido a la simplicidad del modelo empleado y por ejemplo, otro modelo más sofisticado propuesto por Sabinin (Ref. 4), que tiene en cuenta como condición de contorno un tubo de vórtices alrededor del flujo de aire que pasa por la hélice, estima un  $C_{p_{\max}}$  del 68,7 %.

Lo cierto es que en la práctica, con los mejores diseños no se ha podido superar el 48 % y cuando por razones de fabricación se debe retocar el diseño óptimo, el  $C_{p_{\max}}$ , baja a un 42 %. Este valor es considerado en producción como una marca tope.

En los equipos comerciales el  $C_{p_{\max}}$ , puede llegar a descender a valores aún por debajo del 30 %.

### Potencia captada por resistencia

Si el viento incide sobre una semiesfera hueca como la de la Fig. 3.4, ésta experimentará un arrastre  $D$ , (Ref. 5). Si puede desplazarse supondremos que lo hace a una velocidad  $v$ .

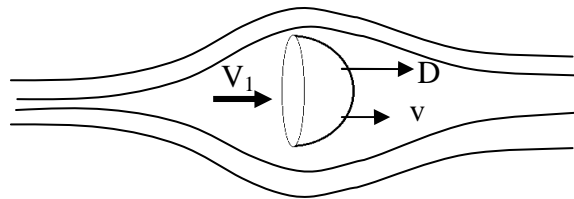


Figura 3.4

El arrastre  $D$  esta dado por

$$D = C_D \frac{1}{2} \rho V_r^2 A$$

Donde  $V_r = V_1 - v$  y  $A$  es el área del círculo. Para  $Re = 1000$   $C_D = 1,17$

La potencia captada viene dada por  $P_c = D \cdot v = C_D \frac{1}{2} \rho V_r^2 A v$ . Por otro lado, el coeficiente

de potencia

$$C_p = \frac{P_c}{\frac{1}{2} \rho V_1^3 A} = C_D \left(1 - \frac{v}{V_1}\right)^2 \frac{v}{V_1}$$

Haciendo  $x = \frac{v}{V_1}$

$$C_p = C_D (1 - x)^2 x$$

Derivando con respecto a  $x$  e igualando a cero

$$\frac{1}{C_D} \frac{dC_p}{dx} = x(2x - 2) + (1 - x)^2 = 3x^2 - 4x + 1 = 0$$

Resolviendo resulta que  $C_p$  pasa por un máximo para  $x = 1/3$  y se obtiene

$$C_{p_{\max}} = C_D \frac{4}{27}$$

Si  $C_D = 1,17$

$$C_{p \max} = 0,173$$

### Potencia captada por sustentación

Para considerar la potencia captada por sustentación tomamos una sección de la pala de una hélice, Fig. 3.5. La fuerza  $F$  que hace girar la hélice es

$$F = L \sin \Phi - D \cos \Phi$$

donde  $\sin \Phi = V_1 / V_r$      $\cos \Phi = v / V_r$      $L = C_L \frac{1}{2} \rho V_r^2 A$      $D = C_D \frac{1}{2} \rho V_r^2 A$

Luego 
$$F = L \frac{V_1}{V_r} - D \frac{v}{V_r} = \frac{1}{2} \rho V_r^2 A \left[ C_L \frac{V_1}{V_r} - C_D \frac{v}{V_r} \right]$$

La potencia captada  $P_c = F v = C_D \frac{1}{2} \rho V_1^3 A \sqrt{1+x^2} \left[ \frac{C_L}{C_D} - x \right] x$

y el coeficiente de potencia será

$$C_p = C_D \sqrt{1+x^2} \left[ \frac{C_L}{C_D} - x \right] x$$

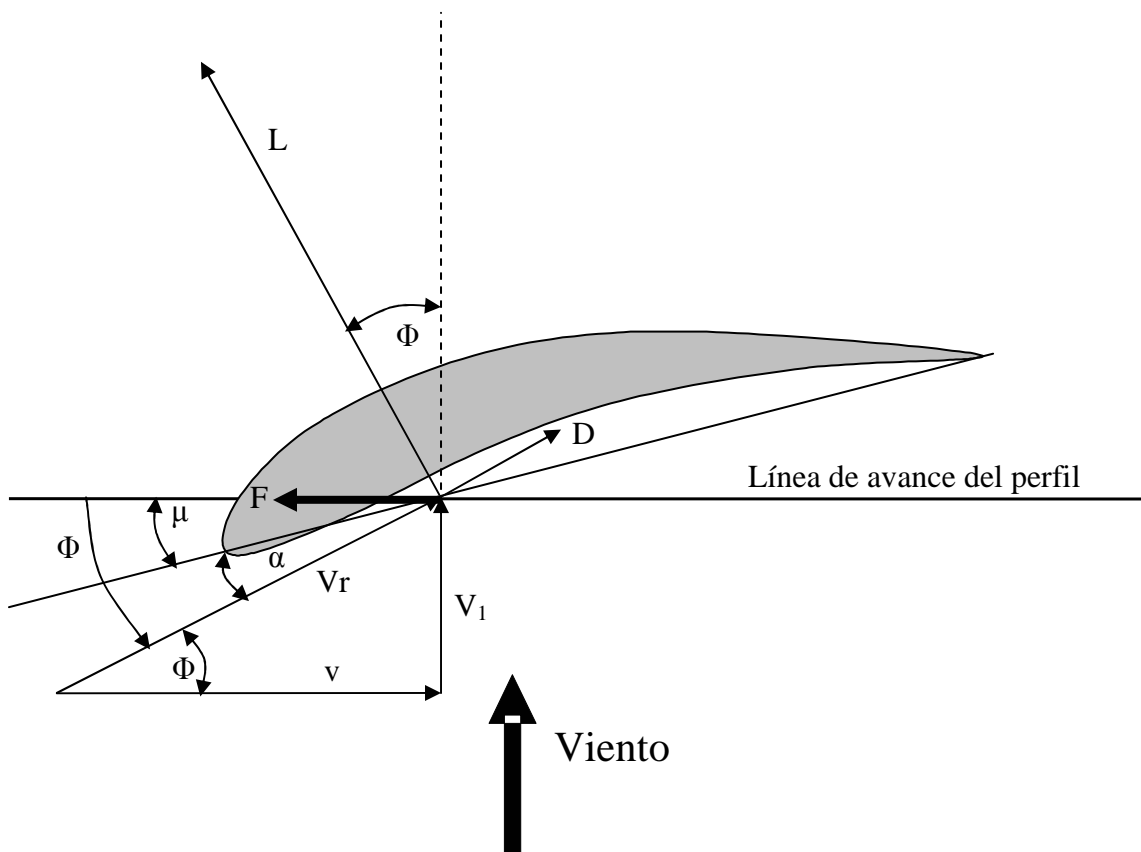


Figura 3.5

El valor de  $C_p$  varía con  $x = \frac{v}{V_1}$  pero como  $\tan \Phi = \frac{1}{x}$  también varía  $\Phi$ . Como  $\mu =$  paso del perfil, es un valor fijo y  $\Phi = \mu + \alpha$ , también variará  $\alpha$  y consecuentemente  $C_D$  y  $C_L/C_D$ .

A modo de ejemplo se ha elegido un perfil Clark Y para un  $Re = 200.000$ ,  $\mu = 2^\circ$  y para cada valor de  $x$  se determinaron los coeficientes  $C_D$  y  $C_L/C_D$  y se calculó el correspondiente  $C_p$ . Estos resultados han sido graficado en la Fig. 3.6.

Para este caso se comprueba que la función pasa por un máximo que aproximadamente es

$$C_{p_{\max}} \approx 80$$

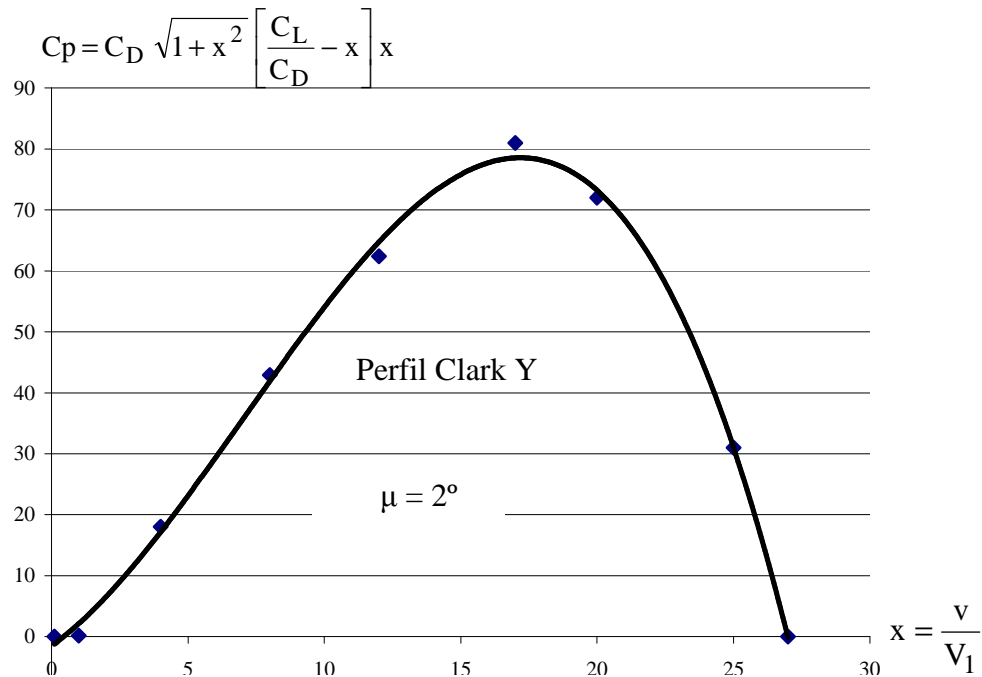


Figura 3.6

Si este valor lo comparamos con el coeficiente de potencia máxima que se podía lograr utilizando una semiesfera hueca que era de 0,173 podemos observar la enorme ventaja que ofrece la captación por sustentación para el aprovechamiento de la energía del viento. Esta es la razón por la cual los aerogeneradores que usan la resistencia para captar energía son de bajo rendimiento.

### REFERENCIAS DEL CAPITULO 3

- 1.- Bastianon R.A., "Energía del Viento y Diseño de Turbinas Eolicas", Editorial Tiempo de Cultura, Buenos Aires, 1ra. Ed. 1992 - 2da. Ed. 1994.
- 2.- Rankine W. J., "Transactions, Institute of Naval Architects", Vol. 6., p. 13, 1865.
- 3.- Betz A., "Die Windmühlen im Lichte Neuerer Forschung", Naturwissenschaften, XV , p. 905, 1927.
- 4.- Sabinin G. K., "Theory of an Ideal Vane", Trudy TsAGI, 32, 1927.
- 5.- Spera D.A., "Wind Turbine Technology – Fundamental Concepts of Wind Turbine Engineering", ASME Press, New York, 1994.

## CAPÍTULO 4

### LA HÉLICE

#### Coefficiente de Potencia y Relación de Velocidades

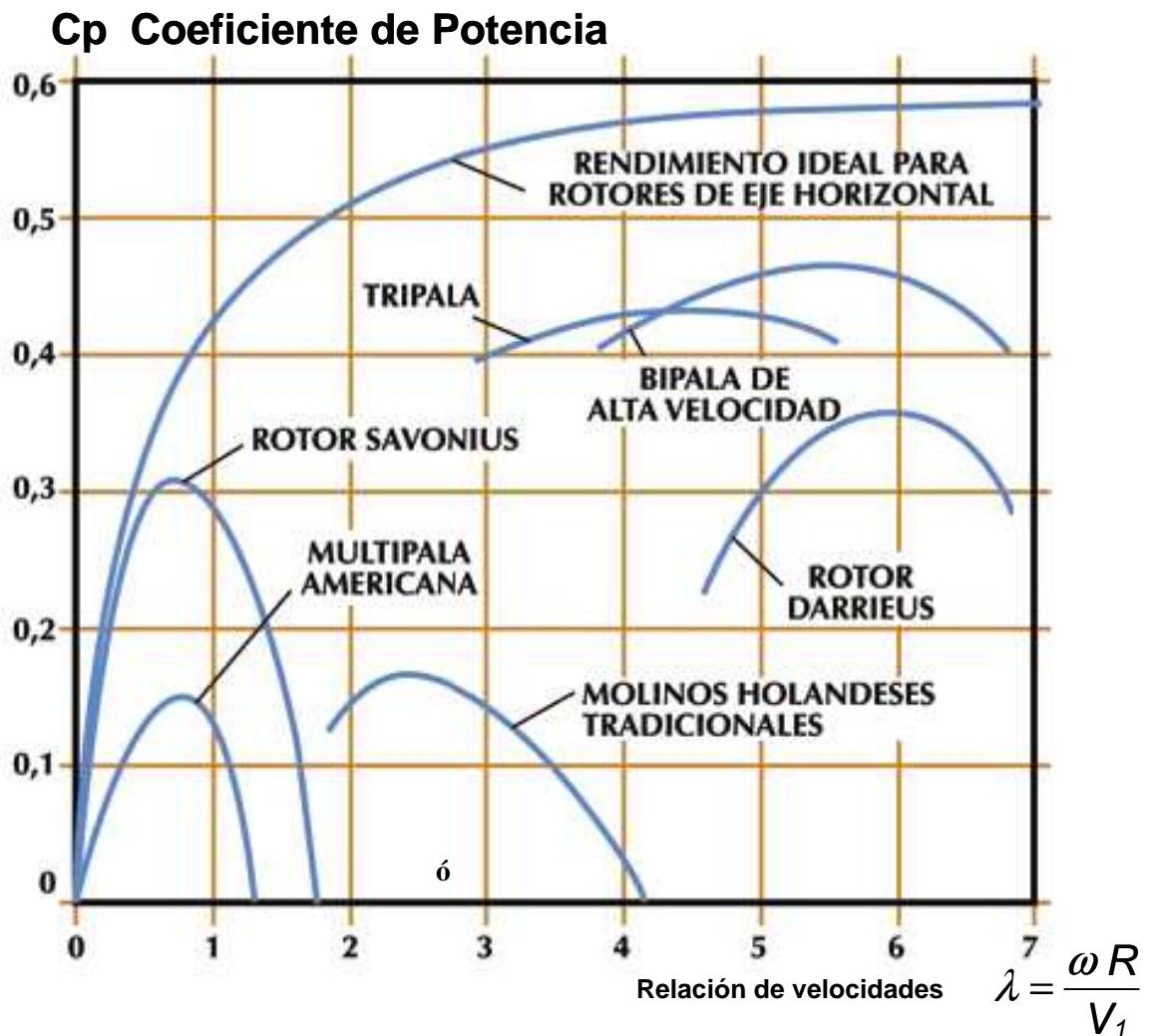
El coeficiente de potencia  $C_p$  permite representar las principales características de las hélices, en combinación con otro importante parámetro adimensional  $\lambda$ . Este último, establece la relación entre la velocidad de la punta de la pala y la velocidad del viento.

$$\lambda = \frac{\omega R}{V_1}$$

donde:  $R$  = radio de la hélice en m.

$\omega$  = velocidad angular en rad/seg.

$\lambda$  combina las variables más importantes del diseño, de modo tal que el comportamiento de cualquier hélice queda totalmente definido al representarse el coeficiente de potencia  $C_p$  en función de la relación de velocidades  $\lambda$ .



Performances de hélices de molinos y turbinas de viento

Figura 4.1

En 1937, Glauert (Ref. 1) comenzó el estudio del rendimiento de las hélices para turbinas eólicas en función de  $\lambda$ . Posteriormente, este estudio fue completado por diversos autores y en la Fig. 4.1 se han representado los resultados de estos trabajos. Se puede observar que el molino multipala y el Savonius alcanzan su máxima eficiencia para un valor de  $\lambda$  aproximadamente igual a 1 mientras que la hélice de 2 palas o la Darrieus alcanzan su máximo para valores de  $\lambda = 5$ .

Puede notarse en la figura, que los máximos valores de  $C_p$  para turbinas rápidas con elevado  $\lambda$ , son mayores que las de bajo valor de  $\lambda$ .

Los valores de  $C_{p_{\text{máx}}}$  representan el rendimiento aerodinámico máximo de la hélice. Los altos valores de  $\lambda$  con los que se obtienen mayores rendimientos, se hacen significativos cuando se debe generar electricidad, ya que por la característica propia de las máquinas eléctricas, requieren elevada velocidad de giro, (Ref. 2).

### Solidez

Para una hélice dada, se denomina solidez a la relación entre la superficie proyectada por las palas sobre el disco de la hélice y la superficie frontal barrida por la hélice

$$S = \frac{A_p}{A_{fb}}$$

$$A_p = N \int_{\text{raíz}}^{D/2} c \, dr \approx \text{superficie proyectada de las palas}$$

donde:  $S$  = solidez  
 $N$  = número de palas  
 $c$  = cuerda  
 $r$  = radio  
 $D$  = diámetro de la hélice  
 $A_{fb} = \pi D^2/4$  = área frontal barrida.

Los aparatos de elevada solidez poseen un fuerte momento de arranque y giran a baja velocidad. Estas máquinas se adaptan bien para el bombeo de agua pues en el arranque pueden necesitar desplazar un importante volumen de fluido y además es preferible la circulación del líquido por las cañerías a baja velocidad, para disminuir las pérdidas.

A medida que disminuye la solidez, la hélice puede girar a mayor velocidad. Esta característica es importante pues para la generación de electricidad se requiere alta velocidad de rotación, con lo cual la máquina eléctrica disminuye sus dimensiones, su peso y consecuentemente su precio.

Al disminuir la solidez de la hélice, deberá tenerse en cuenta que el momento de arranque también se reduce. Éste no deberá descender por debajo del mínimo que permita arrancar, si bien es cierto que en algunos casos se puede recurrir a otros elementos adicionales que ayudan a la puesta en marcha.

Adicionalmente, al disminuir la solidez, las palas se hacen cada vez más delgadas, con valores de cuerda reducidos y por lo tanto más frágiles. A partir de un cierto punto, por razones de resistencia estructural, la pala no puede hacerse más delgada y su forma se aparta de la configuración óptima.

### Número de Palas

Las hélices de elevada solidez son multipalas, pudiendo llegar a tener unas 25, mientras que las de baja solidez son de una, dos o tres palas.

Entre las de baja solidez debe mencionarse que si bien, el rendimiento aerodinámico aumenta al aumentar el número de palas, este incremento se hace poco significativo para hélices con más de tres palas, Fig. 4.2.

Hélice de una pala: Estas hélices requieren un contrapeso que compense a la pala y el balanceo debe realizarse con mucho cuidado y precisión debido a la extremada sensibilidad que tienen a las vibraciones. Resultan atractivas económicamente por necesitar sólo una pala, que es un elemento costoso pero las dificultades producidas por las vibraciones, las hacen poco prácticas.

Hélice de dos palas: Son más económicas que las de 3 palas pero son más sensibles que éstas a las vibraciones. En turbinas de baja potencia, con hélice de 2 palas y de paso fijo, la hélice puede construirse entera con un solo larguero pasante, mientras que si es de paso variable esto ya no es posible pero todo el mecanismo de cambio de paso resulta más simple que en una de mayor número de palas.

Hélices de tres palas: Su característica principal es su mayor suavidad de funcionamiento y ésta es una importante cualidad.

Por todo lo que antecede, para hélices rápidas, de alta velocidad de giro, son recomendables las hélices de dos o tres palas.

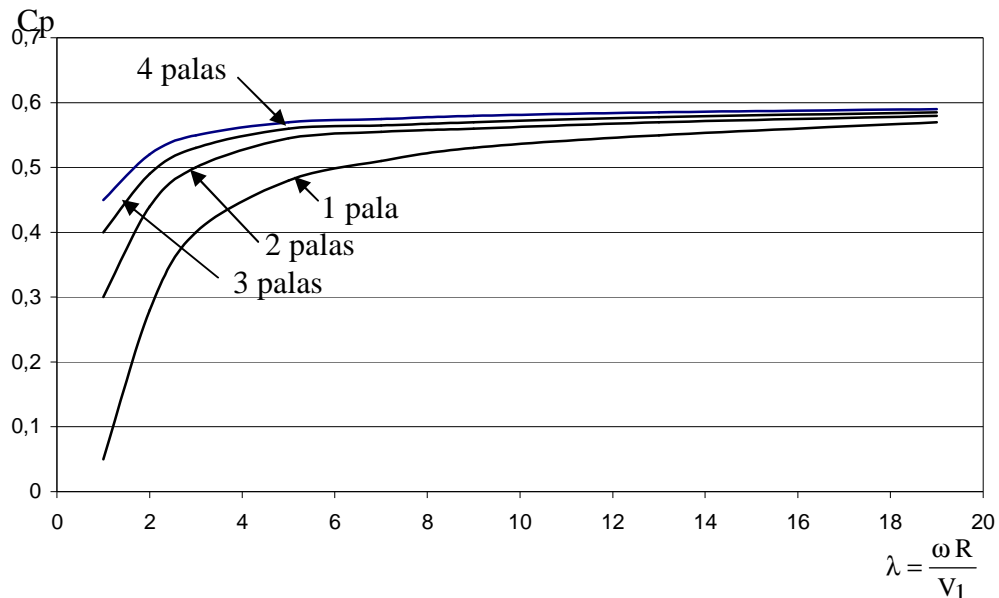


Figura 4.2 Rendimiento Aerodinámico ( $C_p$ ) vs.  $\lambda$ , para diferente número de palas.

### Tamaño de la Hélice

Para determinar el tamaño de la hélice es necesario conocer la potencia eléctrica requerida por el usuario y los rendimientos de los distintos elementos que integran la turbina.

El generador eléctrico para máquinas de más de 10 Kw tiene un rendimiento del 92 % pero para potencias menores, en el mercado argentino puede llegar a valores tan bajos como el 50 %.

Estos generadores eléctricos de poca potencia provienen de la industria automotor y sus rendimientos son normalmente bajos.

Como para la generación eléctrica es necesario alcanzar un alto número de revoluciones suele ser necesario incorporar un multiplicador de velocidades. Si éste es una caja de engranajes el rendimiento puede alcanzar el 90 %.

Por su parte, la hélice de eje horizontal adecuadamente diseñada puede captar hasta un 42 % de la potencia disponible en el viento mientras que hélices calculadas y realizadas con poco cuidado pueden bajar su rendimiento hasta un 10 %. El rendimiento global de la turbina será:

$$\eta = \eta_e \eta_m C_p$$



donde:  $\eta_e$  = rendimiento eléctrico  
 $\eta_m$  = rendimiento del multiplicador  
 $C_p$  = coeficiente de potencia de la hélice.

De este modo la potencia eléctrica de salida será

$$P_e = \eta \frac{1}{2} \rho V_1^3 A_{fb}$$

donde  $A_{fb}$  es el área frontal barrida por la hélice. Despejando

$$A_{fb} = \frac{2 P_e}{\eta \rho V_1^3}$$

y como  $A_{fb} = \pi R^2$ , el radio de la hélice resulta

$$R = \sqrt{\frac{2 P_e}{\pi \eta \rho V_1^3}}$$

En esta expresión,  $V_1$  es la velocidad del viento instantánea que al incidir sobre la turbina con una hélice de radio  $R$ , genera una potencia eléctrica  $P_e$ .

### **Influencia de la Calidad Aerodinámica de los Perfiles**

Como vimos anteriormente, la elección de los perfiles aerodinámicos para hélices de aerogeneradores requiere un cuidadoso análisis. Las características y el espesor de algunos perfiles que pueden ser buenos para alas de aviones, pueden resultar inadecuados para las hélices. En su mayoría, los perfiles de alas fueron desarrollados para números de Reynolds elevados, por encima del millón, con flujo totalmente turbulento mientras que en las turbina eólicas la situación es distinta. El  $Re$  varía considerablemente entre la raíz y la punta de la pala principalmente por la variación de la velocidad tangencial. Cerca de la raíz donde el número de Reynolds es bajo se suele desarrollar una burbuja laminar cuyo comportamiento es sumamente variable.

La forma geométrica de los perfiles determina la sustentación y resistencia aerodinámica que estos producen. Los coeficientes de sustentación y resistencia  $C_L$  y  $C_D$ , como así también su relación  $C_L/C_D$ , varían en función del ángulo de ataque. El valor máximo alcanzado,  $(C_L/C_D)_{m\acute{a}x}$ , es uno de los parámetros fundamentales para el análisis del comportamiento de las hélices y determinan cual es el perfil más adecuado para cada aplicación particular.

En el diseño de la hélice de un aerogenerador intervienen muchas variables y a menudo es necesario poder estimar el coeficiente de potencia máximo que se puede lograr para una configuración dada. Para posibilitar esta estimación y sobre la base de numerosos datos experimentales en 1976, Wilson (Ref. 3 y 4) propuso la siguiente expresión para calcular el valor de  $C_{p_{m\acute{a}x}}$

$$C_{p_{m\acute{a}x}} = 0,593 \left[ \frac{\lambda N^{0,67}}{1,48 + (N^{0,67} - 0,04) \lambda + 0,0025 \lambda^2} - \frac{1,92 \lambda^2 N}{1 + 2 \lambda N} \frac{C_D}{C_L} \right]$$

Donde  $N$  = número de palas de la hélice

## INFLUENCIA DE LA CALIDAD AERODINÁMICA Hélice tripala

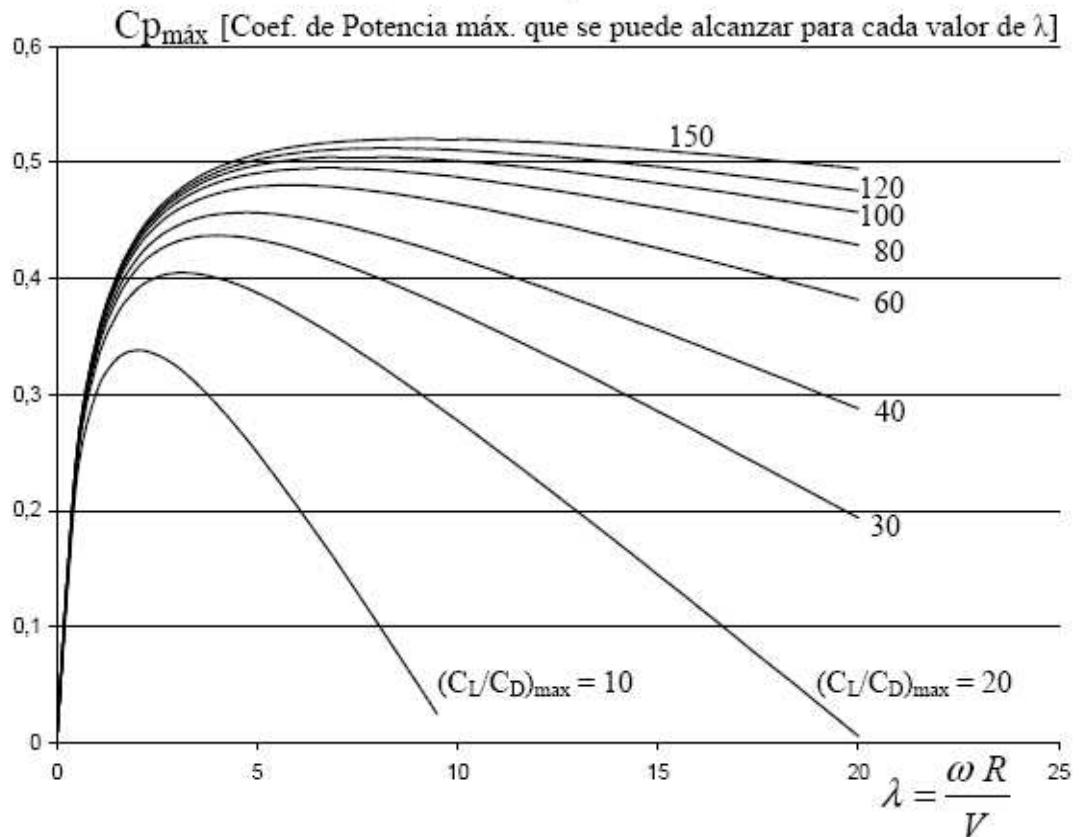


Figura 4.3

En la Fig. 4.3 se ha representado el valor de  $C_{p_{máx}}$  para una hélice tripala, es decir  $N = 3$  en función de  $\lambda$ . Las curvas muestran una severa caída del rendimiento para valores bajos de  $(C_L/C_D)_{máx}$ , no teniendo mucho sentido elegir un elevado valor de  $\lambda$ , o sea una alta velocidad de giro, si no se tiene también un alto valor de  $(C_L/C_D)_{máx}$ .

En la práctica el valor de  $(C_L/C_D)_{máx}$  está limitado por la calidad de fabricación de las palas, ya que a mayor calidad aerodinámica, se requiere mayor calidad de terminación, estado superficial, curvatura del perfil, alabeo, etc.

Por ejemplo, si para un determinado perfil y un valor de  $Re$  y también para una determinada calidad de construcción,  $(C_L/C_D)_{máx} = 80$ , entonces sería razonable diseñar una hélice tripala con un valor  $\lambda = 7$ . Mientras que para  $(C_L/C_D)_{máx} = 40$ ,  $\lambda$  debería ser aproximadamente igual a 4.

El valor de  $(C_L/C_D)_{máx}$  es un factor importante para elegirlo lo más alto posible pero deberá tenerse en cuenta que los perfiles con elevados  $(C_L/C_D)_{máx}$  poseen mucha curvatura y como consecuencia de ésta, el momento aerodinámico  $M$  suele ser muy elevado.

El momento  $M$ , tiende a girar el perfil en el sentido que incrementa el paso de la hélice, Fig. 4.4. Si el sistema de control es mecánico, este efecto puede producir inestabilidad en su funcionamiento.

Al aumentar el número de revoluciones, el momento  $M$  aumenta muy rápidamente y entonces, la pala gira hasta su valor de paso máximo donde la hélice capta poca energía del viento. Captando poca energía, su velocidad de giro disminuye en forma abrupta y el momento se reduce. La hélice vuelve al paso mínimo de máxima captación y comienza a acelerarse nuevamente, produciendo ciclos peligrosos de ida y vuelta entre el paso mínimo y el paso máximo.

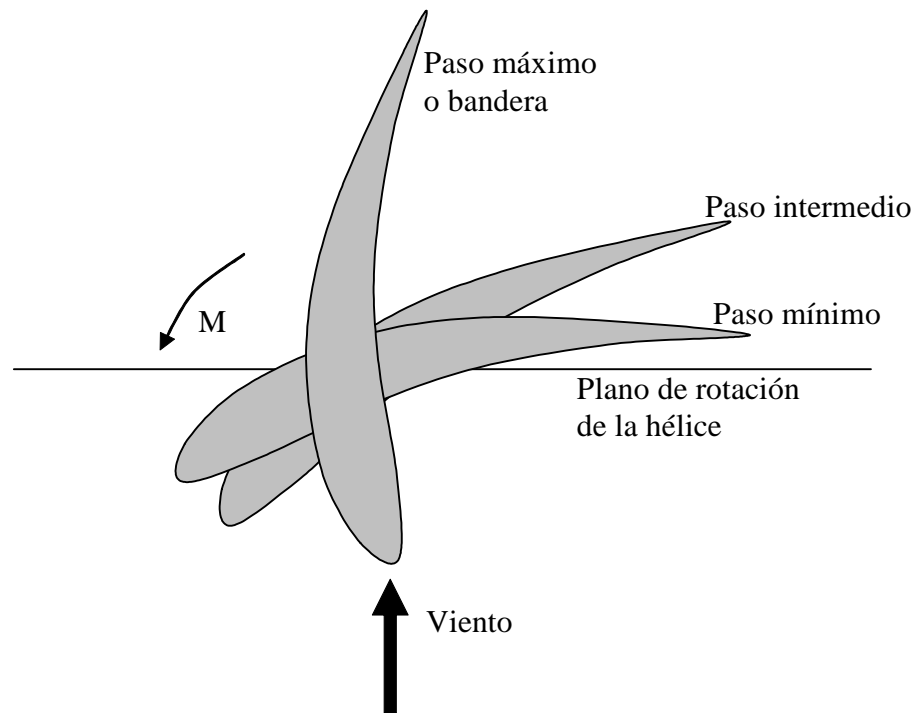


Figura 4.4

Si bien para turbinas eólicas que generan electricidad se desea que giren lo más rápido posible es necesario mencionar que a medida que la velocidad de punta de pala aumenta, el efecto de compresibilidad del aire incrementa el valor de  $C_D$ . Para evitar este efecto, el número de Mach de la punta no debe superar 0,5 ( $M < 0,5$ ). Para zonas muy frías, donde la velocidad del sonido  $c$  es baja

$$c = 20,045 \sqrt{T}$$

la velocidad de punta de pala no debe exceder los 160 m/seg. Si bien este valor es alto, en algunos casos especiales debe ser tenido en cuenta.  $T$  es la temperatura absoluta en  $^{\circ}\text{K}$  y  $c$  en m/seg. Como conclusión, para comenzar a diseñar una hélice se debe elegir el perfil con  $(C_L/C_D)_{\text{max}}$  más elevado, compatible con la calidad de fabricación de que se dispone. Con la ayuda del gráfico anterior, para este  $(C_L/C_D)_{\text{max}}$  determinar el valor de  $\lambda$  correspondiente a  $C_{p_{\text{max}}}$ .

### Velocidad de Rotación

Sabiendo que

$$\lambda = \frac{\omega R}{V_1}$$

y con la velocidad del viento nominal del diseño  $V_1$  definida, se calcula velocidad angular  $\omega$  en rad/seg y luego  $n$  = velocidad de rotación de la hélice en número de revoluciones por minuto (rpm)

$$n = \frac{\omega 30}{\pi}$$

Es importante a esta altura, distinguir el tipo de utilización que se dará a la turbina eólica, ya que éstas podrán ser instaladas en forma agrupada constituyendo las denominadas "Granjas Eólicas" o en instalaciones individuales, normalmente aisladas.

En el primer caso, las granjas eólicas son verdaderas centrales de generación eléctrica, en forma similar a una central hidroeléctrica o nuclear. Generalmente son grandes instalaciones de varios MW y la energía generada es entregada a la red de distribución. En este caso, la localización de la granja se efectúa después de una cuidadosa selección, teniendo especialmente en cuenta que el régimen de vientos sea suficientemente elevado, con una velocidad media anual de 8 a 10 m/seg o más, medida a 10 m de altura sobre el suelo.

En el caso de instalaciones aisladas, las turbinas se utilizan principalmente para viviendas ubicadas en localidades remotas, estancias, escuelas rurales, puestos policiales o de gendarmería y repetidoras de telecomunicaciones. Para estas aplicaciones, la turbina se debe colocar al lado del usuario, en el sitio preciso donde se requiere la energía. De este modo, la selección del lugar de instalación, queda limitada a las proximidades de la vivienda o puesto y por lo tanto, la velocidad media del viento  $V$ , usada para el diseño es menor que para las granjas, con un valor alrededor de los 7 m/seg.

#### **REFERENCIAS DEL CAPITULO 4**

- 1.- Glauert H., "The elements of Aerofoil and Airscrew Theory", Cambridge University Press, 1937.
- 2.- Hütter U., "The Aerodynamic Layout of Wing Blades of Wind Turbines with High Tip-speed Ratio", Proc. U. N. Conf. New Sources of Energy, Roma 7, p. 217, 1961.
- 3.- Wilson R. E., Lissaman P. B. S., Walker S.N., "Aerodynamic Performance of Wind Turbines", Oregon State Univ., Corvallis, Oregon, 1976.
- 4.- Wilson R. E., Lissaman P. B. S., "Applied Aerodynamics of Wind Power Machines", PB 238595, Rep. N° NSF-RA-N-74-113, NTIS, Springfield, Virginia, 1974.

## CAPÍTULO 5

### CÁLCULO Y DISEÑO DE LA HÉLICE ÓPTIMA

#### Hélice Óptima

Se considera hélice óptima de una turbina eólica aquella que es capaz de captar la máxima energía posible del viento.

En esta sección, se describe el método para determinar la forma geométrica de esta hélice, partiendo del perfil aerodinámico seleccionado y calculando luego la variación de la cuerda y el ángulo de alabeo en función del radio, (Ref. 1).

Este método hace uso de la ecuación de la cantidad de movimiento axial y la teoría del elemento de pala, llegando de un modo iterativo a determinar la forma de la hélice.

#### Teoría de la Cantidad de Movimiento Axial

A partir de las ecuaciones (3.2) y (3.3), que suponen fricción nula entre el aire y la pala de la hélice, se obtiene

$$p_2 - p_3 = \rho V(V_1 - V_4) = \rho V_1^2 (1 - a) 2a$$

Esta relación, correspondiente al tubo de viento de la Fig. 3.3, permite deducir el empuje producido sobre un anillo de área elemental  $dA = 2 \pi r dr$

Este empuje será:

$$dT = (p_2 - p_3) dA = 4 \pi \rho V_1^2 (1 - a) a r dr$$

Al cruzar el disco de la hélice, el aire se enrosca en el sentido contrario a la rotación de la hélice  $\Omega$ .

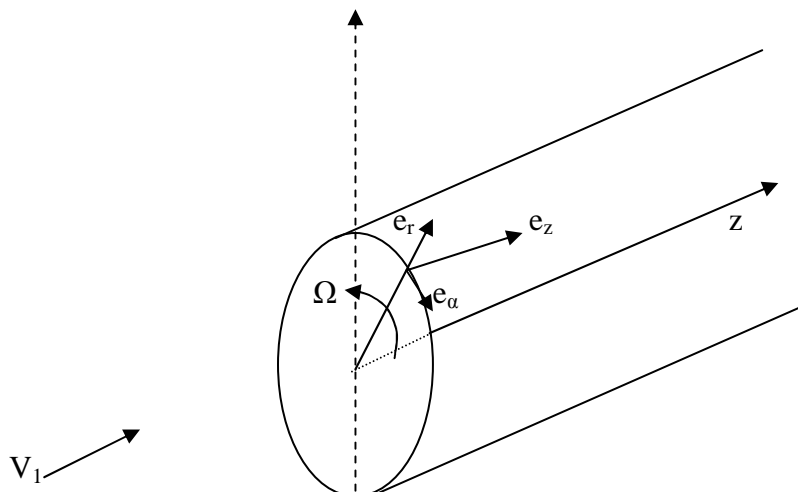


Figura 5.1

La rotación de la hélice ha sido elegida en el sentido contrario a  $\bar{e}_\alpha$ , Fig. 5.1 y por lo tanto  $\Omega$  tiene un valor negativo.

Por su parte, la velocidad de rotación del aire varía desde un valor nulo frente al disco, a un valor  $(\omega r)$  detrás del mismo. Tomando el valor medio de rotación del aire como  $(\omega r) / 2$ , Fig. 5.2, se tiene que la velocidad de rotación del aire relativa a la pala es

$$\left(\frac{\omega}{2} - \Omega\right) r \quad (\text{positivo})$$

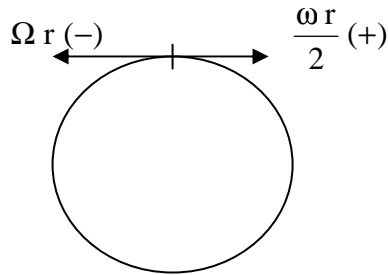


Figura 5.2

### Factor de Velocidad Angular

Denominando al factor de velocidad angular como

$$a' = \frac{\omega/2}{\Omega} = \frac{\text{vel. angular media del aire en el disco}}{\text{velocidad angular del rotor}} \quad (\text{negativo})$$

se tiene que la velocidad de rotación del aire relativa es  $V_{tr} = \Omega r (a'-1)$ . Esta velocidad se compone con la velocidad axial  $V = V_1 (1-a)$ , dando la velocidad relativa resultante  $V_r$ , Fig. 5.3.

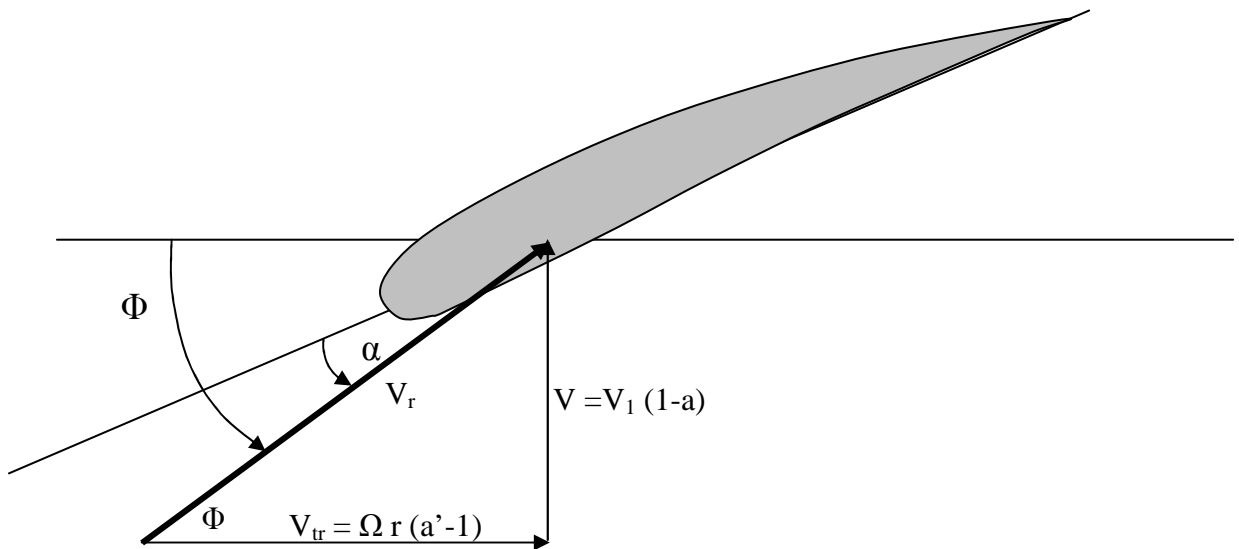


Figura 5.3

De acuerdo con la ecuación del momento de la cantidad de movimiento para un flujo estacionario, el momento exterior que actúa sobre el fluido está dado por:

$$\bar{C} = \int_A \bar{r} \times \bar{V}_{\text{abs}} \rho \bar{V}_{\text{rel}} \cdot d\bar{A}$$

La integral se extiende sobre la superficie que envuelve al volumen de control, Fig. 5.4,  $\bar{V}_{\text{abs}}$  es la velocidad absoluta y  $\bar{V}_{\text{rel}}$  es la velocidad del aire relativa a la pala de la hélice.

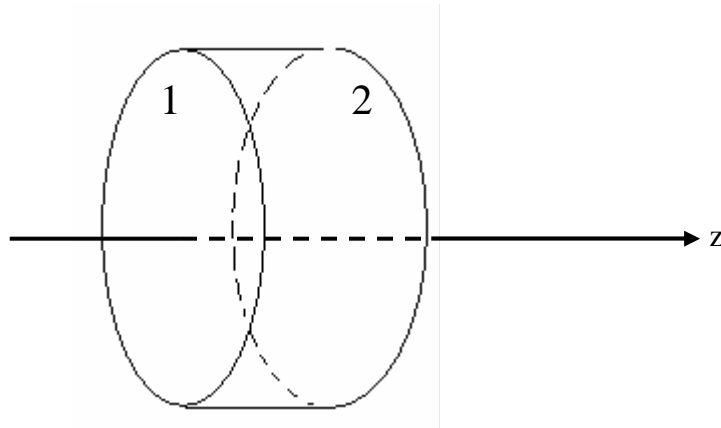


Figura 5.4

En 1  $d\bar{A} = -2 \pi r dr \bar{e}_z$

$$\bar{V}_{\text{abs}} = V \bar{e}_z$$

$$\bar{V}_{\text{rel}} = V \bar{e}_z - \Omega r \bar{e}_\alpha$$

$$\bar{V}_{\text{rel}} \cdot d\bar{A} = -V 2 \pi r dr$$

$$\bar{r} \times \bar{V}_{\text{abs}} = r \bar{e}_r \times V \bar{e}_z = -r V \bar{e}_\alpha$$

$$d\bar{C} = r^2 V^2 \rho 2 \pi \bar{e}_\alpha dr$$

En 2  $\overline{dA} = 2 \pi r dr \bar{e}_z$

$$\overline{V}_{abs} = V \bar{e}_z + \omega r \bar{e}_\alpha$$

$$\overline{V}_{rel} = V \bar{e}_z + (\omega - \Omega) r \bar{e}_\alpha$$

$$\overline{V}_{rel} \cdot \overline{dA} = V 2 \pi r dr$$

$$\bar{r} \times \overline{V}_{abs} = r \bar{e}_r \times (V \bar{e}_z + \omega r \bar{e}_\alpha)$$

$$\overline{dC} = (-r V \bar{e}_\alpha + r^2 \omega \bar{e}_z) \rho 2 \pi r V dr = -r^2 V^2 \rho 2 \pi \bar{e}_\alpha dr + 2 \pi \rho r^3 \omega V \bar{e}_z dr$$

Sumando 1 y 2

$$\overline{dC} = 2 \pi \rho V \omega r^3 dr \bar{e}_z$$

y el momento elemental ejercido sobre la hélice es

$$\overline{dC} = -2 \pi \rho V \omega r^3 dr \bar{e}_z$$

como  $\omega = 2 a' \Omega$  y  $V = V_1 (1-a)$

$$\overline{dC} = -4 \pi \rho V_1 a' (1-a) \Omega r^3 dr \bar{e}_z$$

### Factor de Pérdidas en las Puntas

Tanto el empuje como el momento se ven alterados sensiblemente por los vórtices generados en la punta de la pala, como consecuencia de la diferencia de presión existente a ambos lados del perfil. Esta pérdida en la puntera ha sido tratada en diferentes maneras por varios autores y debe ser incorporada en la teoría de la cantidad de movimiento. Nosotros adoptaremos el método de Prandtl, (Ref. 2) que consiste en incorporar un factor F dado por:

$$F = \frac{2}{\pi} \cos^{-1} e^{-f}$$

donde

$$f = \frac{N}{2} \frac{R-r}{R \sin \Phi}$$

siendo N el número de palas de la hélice, R el radio máximo y  $\Phi$  el ángulo que forma la velocidad relativa  $V_r$  con el plano de rotación.

Incorporando este factor a las expresiones de empuje y momento nos queda:

$$dT = 4 \pi r \rho V_1^2 (1-a) a F dr$$



$$dC = 4 \pi \rho V_1 (1 - a) a' \Omega r^3 F dr$$

### Teoría del Elemento de Pala de Hélice

Una porción elemental de pala de hélice, de espesor  $dr$ , puede ser considerada como un perfil bidimensional aislado, con sus características aerodinámicas propias. Omitiendo la interferencia de las secciones adyacentes y también la producida por las otras palas, se puede considerar que los coeficientes de los esfuerzos, tangencial y normal al plano de giro, están dados por:

$$C_t = C_L \sin \Phi - C_D \cos \Phi$$

$$C_n = C_L \cos \Phi + C_D \sin \Phi$$

donde  $C_L$  es el coeficiente de sustentación del perfil y  $C_D$  el coeficiente de resistencia, Fig. 5.5. De aquí se desprende que el empuje que actúa sobre el elemento es:

$$dT = \frac{1}{2} \rho V_r^2 N c C_n dr$$

donde  $c$  = cuerda, y el momento elemental:

$$dC = \frac{1}{2} \rho V_r^2 N c C_t r dr$$

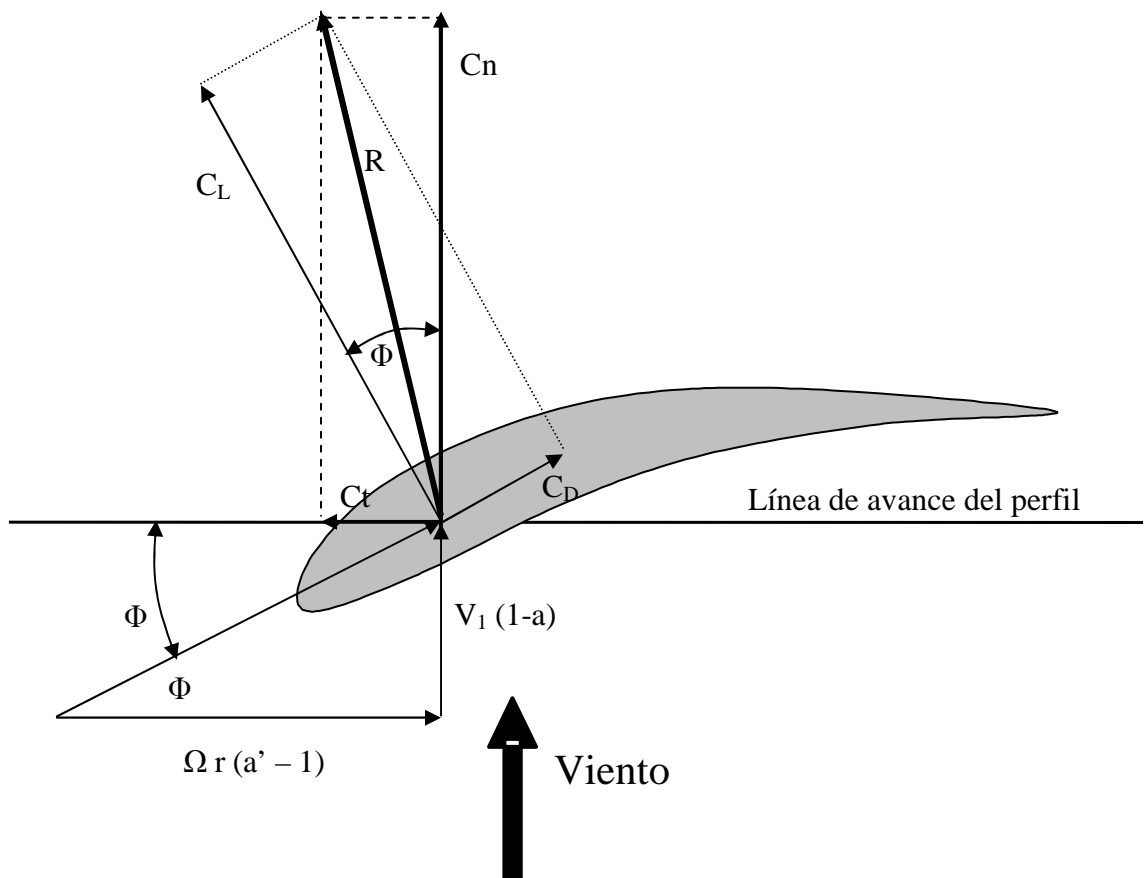


Figura 5.5

### Relación de Ambas Teorías

En la teoría de la cantidad de movimiento y en la teoría del elemento de pala de hélice, se han desarrollado expresiones aproximadas del empuje y del momento elemental. Sin embargo, en la teoría basada en la variación de la cantidad de movimiento, se consideró al aire sin fricción. De este modo, ambas teorías serían compatibles sólo si se considera que el perfil no tiene resistencia y, por lo tanto, el coeficiente  $C_D$  es nulo. Consecuentemente se tiene:

$$C_{ts} = C_L \text{sen}\Phi$$

$$C_{ns} = C_L \text{cos}\Phi$$

Igualando ahora las expresiones de empuje y momento elemental, se tiene:

Para el empuje:

$$4 \pi \rho V_1^2 a (1-a) F r \, dr = \frac{1}{2} \rho V_r^2 N c C_{ns} \, dr$$

siendo

$$\text{sen}\Phi = \frac{V_1 (1-a)}{V_r}$$

se obtiene

$$\frac{a}{1-a} = \frac{N c C_L \text{cos}\Phi}{8 \pi F r \text{sen}^2\Phi}$$

Haciendo

$$Q = \frac{N c C_L}{8 \pi F r}$$

nos queda

$$\frac{a}{1-a} = Q \frac{\text{cos}\Phi}{\text{sen}^2\Phi} \quad (5.1)$$

Para el momento:

$$4 \pi \rho V_1 (1-a) a' \Omega F r^3 \, dr = \frac{1}{2} \rho V_r^2 N c C_{ts} r \, dr$$

siendo

$$\text{cos}\Phi = \frac{\Omega r (a' - 1)}{V_r}$$

se tiene

$$\frac{V_1}{V_r^2} = \frac{\text{sen}\Phi}{1-a} \frac{\text{cos}\Phi}{\Omega r (a' - 1)}$$

reemplazando

$$\frac{a'}{a'-1} = \frac{N c C_L}{8 \pi F r \cos \Phi} = \frac{Q}{\cos \Phi} \quad (5.2)$$

por otro lado

$$\tan \Phi = \frac{V_1 (1-a)}{\Omega r (a'-1)}$$

de donde

$$a' = \frac{V_1 (1-a)}{\Omega r \tan \Phi} + 1 \quad (5.3)$$

De (5.1)  $Q = \frac{a}{1-a} \frac{\sin^2 \Phi}{\cos \Phi}$  y de (5.2)  $Q = \frac{a'}{a'-1} \cos \Phi$

de donde  $\frac{a}{1-a} \frac{\sin^2 \Phi}{\cos \Phi} = \frac{a'}{a'-1} \cos \Phi$

$$\frac{a}{1-a} \tan^2 \Phi = \frac{a'}{a'-1} \quad (5.4)$$

por (5.3)

$$\frac{a'}{a'-1} = \frac{\frac{V_1 (1-a)}{\Omega r \tan \Phi} + 1}{\frac{V_1 (1-a)}{\Omega r \tan \Phi}} = 1 + \frac{\Omega r \tan \Phi}{V_1 (1-a)}$$

con (5.4) nos da

$$\frac{a}{1-a} \tan^2 \Phi = 1 + \frac{\Omega r \tan \Phi}{V_1 (1-a)}$$

$$\frac{V_1}{\Omega r} a \tan^2 \Phi - \tan \Phi - \frac{V_1}{\Omega r} (1-a) = 0$$

Resolviendo

$$\tan \Phi = \frac{1 - \sqrt{1 + 4 \left( \frac{V_1}{\Omega r} \right)^2 a (1-a)}}{2 a \frac{V_1}{\Omega r}}$$

Como  $\Omega$  es negativo, el denominador es negativo. Por su parte, la  $\tan \Phi$  debe ser positiva es decir, el numerador debe ser negativo y ésta es la razón del signo negativo de la raíz.

### Cálculo de la Hélice Óptima

Definiremos inicialmente un valor de  $r$  y de  $\Delta r$  sobre la pala de la hélice, Fig. 5.6.

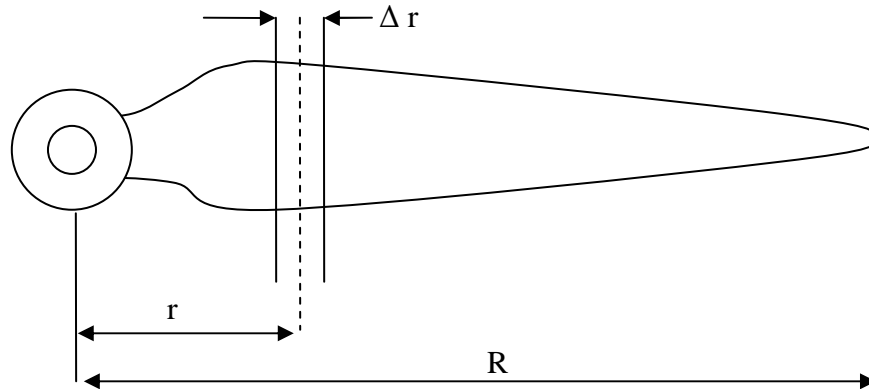


Figura 5.6

A partir de la expresión del momento se obtiene la potencia captada por un anillo  $\Delta r$  del disco de la hélice.

$$\Delta P = \Omega \Delta C = (4 \pi \rho V_1 \Omega^2 r^3 \Delta r) (1-a) a' F$$

Para un valor dado de  $\Omega$ ,  $r$  y  $\Delta r$  la cantidad en el primer paréntesis es una constante. Entonces para obtener la mayor potencia en cada anillo del disco se debe maximizar la función

$$G = F (1 - a) a'$$

Para ello se supone un valor de  $a$  y se calcula la  $\tan \Phi$ , con (5.3) se calcula  $a'$  y luego  $F$ . Con la fórmula precedente se calcula  $G$  y por medio de un proceso de aproximaciones sucesivas se varía  $a$  hasta encontrar el máximo valor de  $G$ . El valor de  $a$  correspondiente es usado entonces para calcular la cuerda  $c$  a partir de la ecuación (5.1).

$$c = \frac{a}{1-a} \frac{8 \pi F r \sin^2 \Phi}{N C_L \cos \Phi}$$

$C_L$  es por el momento un valor supuesto. Se calcula entonces  $V_r$  y el número de Reynolds

$$V_r = \sqrt{V_1^2 (1-a)^2 + \Omega^2 r^2 (a'-1)^2}$$

$$Re = \frac{V_r c}{\nu}$$

donde  $\nu$  es la viscosidad cinemática del aire.

Se selecciona el perfil aerodinámico y con el  $Re$  obtenido, se supone un ángulo de ataque  $\alpha$  y se determina  $C_L$  y  $C_D$ .

Ahora estamos en condiciones de calcular el coeficiente  $C_t$ , Fig. 5.5.

$$C_t = C_L \sin \Phi - C_D \cos \Phi$$

Este coeficiente  $C_t$  se encuentra en el plano de giro y es el que impulsa la hélice en su movimiento de rotación. Variando  $\alpha$  se obtiene el máximo  $C_t$  y luego con el valor de  $\alpha$  correspondiente a  $C_{t_{\max}}$  se determina  $C_L$  y se recalcula la cuerda  $c$  y el número de Reynolds.

El ángulo  $\mu$  que forma la cuerda del perfil que se está calculando con el plano de rotación se obtiene como:

$$\mu = \Phi - \alpha$$

Este valor  $\mu$  nos da la inclinación del perfil que es variable con el radio ya que debe acompañar a la variación de la velocidad tangencial de la pala. A partir de este valor de  $\mu$ , se obtiene el alabeo de la hélice  $\mu_0$  el cual es el ángulo que forma la cuerda de un perfil determinado con la cuerda del perfil punta de pala

$$\mu_0 = \mu - p$$

donde el paso de la hélice  $p$ , es el ángulo que forma la cuerda del perfil punta de pala con el plano de rotación, Fig. 5.7.

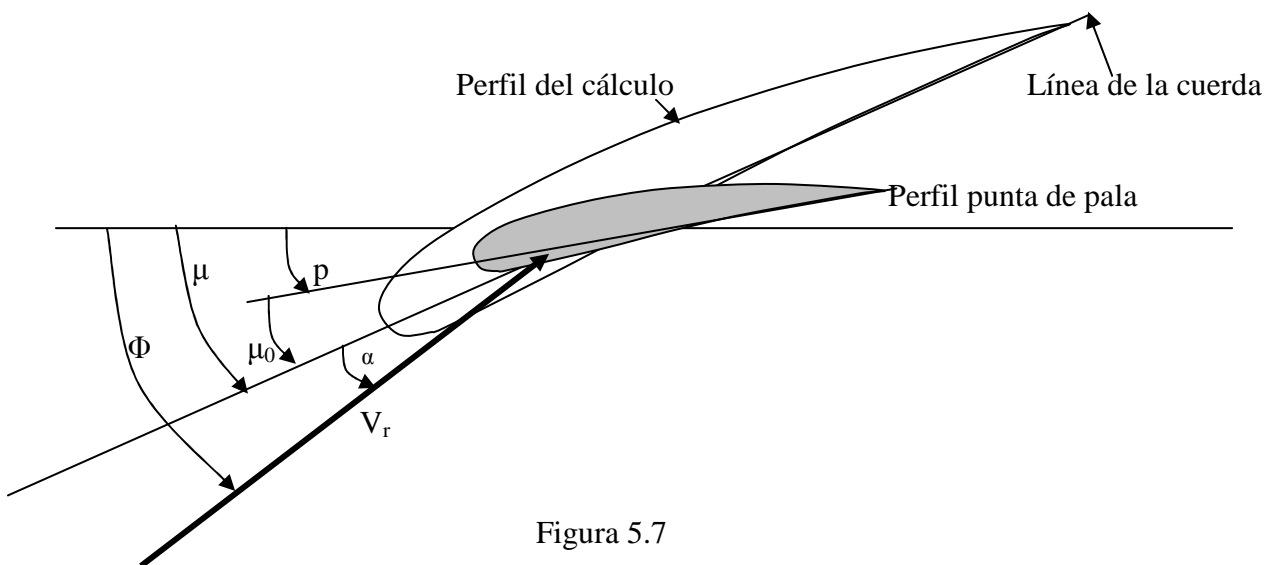


Figura 5.7

De este modo, la cuerda  $c$  y el alabeo  $\mu_0$  quedan definidos para un radio  $r$  de la pala. Repitiendo el cálculo para otros radios, la geometría de la hélice óptima queda determinada.

Haciendo uso de este método, se ha calculado la hélice óptima de varias turbinas eólicas. En particular se ha evaluado la distribución de cuerdas y el alabeo de la hélice de la Turbina Eólica Argentina, (Ref. 3). La hélice tiene dos palas de 5,73 m de radio, que gira a 100 rpm, con una velocidad de viento de 8 m/seg. La eficiencia teórica calculada en estas condiciones llega al 46% de la energía disponible en el viento.

### Procedimiento de Cálculo

A continuación se describe el procedimiento del cálculo de la hélice óptima:

Datos iniciales  $r$  y  $\Delta r$ , velocidad del viento  $V_1$ ,  $n = \text{rpm}$  nominal de la hélice,  $R = \text{radio máximo de la hélice}$ ,  $N = \text{número de palas}$  y los valores de  $C_L$  y  $C_D$  del perfil elegido.

Se calcula  $\Omega = \frac{n \pi}{30}$

Se supone  $a = 0,3$  y se calcula

$$\tan \Phi = \frac{1 - \sqrt{1 + 4 \left( \frac{V_1}{\Omega r} \right)^2 a (1 - a)}}{2 a \frac{V_1}{\Omega r}}$$

por (5.3)  $a' = \frac{V_1 (1 - a)}{\Omega r \tan \Phi} + 1$

$$f = \frac{N}{2} \frac{R - r}{R \sin \Phi}$$

$$F = \frac{2}{\pi} \cos^{-1} e^{-f}$$

$$G = F (1 - a) a'$$

Tomar otro valor de  $a$  e iterar hasta obtener  $G_{\max}$

$$V_r = \sqrt{V_1^2 (1 - a)^2 + \Omega^2 r^2 (a' - 1)^2}$$

Suponer  $C_L = 1$

De (5.1)  $c = \frac{a}{1 - a} \frac{8 \pi F r \sin^2 \Phi}{N C_L \cos \Phi}$

$$\text{Re} = \frac{V_r c}{\nu}$$

Se supone  $\alpha = 5^\circ$  y con los datos del perfil se determinan  $C_L$  y  $C_D$

$$C_t = C_L \sin \Phi - C_D \cos \Phi$$

Variar  $\alpha$  hasta conseguir  $C_{t_{\max}}$

Con el último valor de  $C_L$  volver a calcular  $c$  hasta lograr convergencia

$$\mu = \Phi - \alpha$$

Este valor de  $\mu$  da la inclinación del perfil.

De este modo se ha obtenido la cuerda  $c$  y la inclinación  $\mu$ . Ahora se incrementa el radio en  $\Delta r$  y se recomienza el procedimiento. De este modo se completa sucesivamente, toda la longitud de la pala.

### Análisis de la Hélice Óptima

La hélice óptima tal como se ha calculado precedentemente es capaz de captar la mayor potencia del viento cuando éste sopla a la velocidad nominal y la hélice gira a la velocidad nominal. Sin embargo, esta hélice también debe operar fuera de las condiciones nominales y es necesario conocer su comportamiento en estas otras situaciones. Cuando está detenida y debe arrancar a velocidades de viento entre 3,5 y 4 m/seg. ¿Cómo se comportará? ¿Desarrollará el momento necesario como para vencer la resistencia del generador eléctrico y toda la transmisión mecánica? Si es necesario incrementar el momento de arranque se puede aumentar la solidez o variar el ángulo de paso. En el primer caso la hélice cambia su forma y consecuentemente se aparta de la óptima pero ¿Cuánto? ¿Qué potencia generará la hélice a diferentes velocidades del viento y a variadas velocidades de giro?

Todos estos interrogantes nos indican la necesidad de contar con una herramienta de cálculo adicional que nos permita evaluar la actuación de la hélice para una geometría dada.

### Dada la Geometría de la Hélice Calcular su Comportamiento

En este caso supondremos que la forma de la pala está dada y por lo tanto son datos las cuerdas y los ángulos que estas forman con el plano de rotación para cada valor del radio.

Tendremos entonces como datos:  $r$ ,  $c(r)$ ,  $\mu(r)$ ,  $V_1$ ,  $n$

Se suponen  $a$  y  $a'$  y se procede del siguiente modo:

$$\begin{aligned}
 a &= 0,3 \\
 a' &= -0,1 \\
 V &= V_1 (1-a) \\
 V_{tr} &= \Omega r (a' - 1) \\
 \tan \Phi &= \frac{V}{V_{tr}} \\
 V_r &= \sqrt{V^2 + V_{tr}^2} \\
 Re &= \frac{V_r c}{v} \\
 f &= \frac{N (R - r)}{2 R \operatorname{sen} \Phi} \\
 F &= \frac{2}{\pi} \cos^{-1} \left[ e^{-f} \right] \\
 \alpha &= \Phi - \mu \\
 C_L(Re, \alpha) , C_D(Re, \alpha) \\
 Q &= \frac{N c C_L}{8 \pi F r}
 \end{aligned}$$

$$AA = \frac{Q \cos \Phi}{\sin^2 \Phi}$$

$$a = \frac{AA}{1 + AA}$$

$$BB = \frac{Q}{\cos \Phi}$$

$$a' = \frac{BB}{BB - 1}$$

Iterar hasta lograr convergencia en los valores de a y a'

$$\Delta Cu = 4 \pi \rho V a' \Omega r^3 F N \Delta r$$

$$\Delta P = \Omega \cdot \Delta Cu$$

$$r = r + \Delta r$$

$$Cu = \Sigma \Delta Cu$$

$$P = \Sigma \Delta P$$

De este modo se evalúa el momento y la potencia mecánica que genera la hélice para cada valor de la velocidad del viento y las diversas velocidades de giro de la hélice.

## REFERENCIAS DEL CAPITULO 5

- 1.- Bastianon R.A., "Teoria de la Helice para Turbinas Eolicas", Servicio Naval de Investigación y Desarrollo, Armada Argentina, Junio 1980.
- 2.- Prandtl L., Gottinger Nachr., p. 193 Appendix, 1919.
- 3.- Bastianon R.A., "Turbina Eolica Argentina de 10 KW", Jornadas de Energías No Convencionales, Buenos Aires, Octubre de 1983.